

麗台國際有限公司

Lead Taiwan International Corporation

台中市台灣大道二段 285 號 20F

TEL : 886-423232026 , Website : www.ltic.com.tw ,

Email : salestw@ltic.com.tw



文件序號：T2020260

## 技術類別：《齒輪應用》

技術類別	齒輪應用
篇名	行星齒輪減速裝置的計算
重點	行星齒輪減速裝置的計算
產出日期	2020/05/19
資料來源	日本 KHK / 台灣昭源提供 麗台國際有限公司整理



問：

1.5kW 1750RPM 的馬達 M，經過一齒輪減速裝置 R1，再經過 1/1.5 的行星齒輪減速裝置 R2，最後的輸出希望達到 15RPM。請提供符合使用 KHK 標準齒輪的行星齒輪減速裝置之齒輪規格。



1. 希望使用齒頂直徑約在 150mm，模數 2.5 的內齒輪
2. 行星齒輪個數希望為 4 個

答：

首先，先說明有關行星型行星齒輪減速裝置之公式及限制

減速比： $1/E = Z_a / (Z_c + Z_a)$   $Z_a$ ：太陽齒輪 A 的齒數， $Z_c$ ：內齒輪 C 的齒數

齒數限制： $Z_c = Z_a + 2Z_b$   $Z_b$ ：行星齒輪 B 的齒數

行星齒輪個數限制： $(Z_a + Z_c) / N = \text{整數}$   $N$ ：行星齒輪 C 的個數

拘束限制： $(Z_a + Z_c) \cdot \theta / 180 = \text{整數}$   $\theta$ ：相鄰兩行星齒輪夾角之半(°)

使用標準齒輪時之行星齒輪外徑限制：行星齒輪外徑限制： $d_{ab} < 2a_1 \sin\theta$

$d_{ab}$ ：行星齒輪齒頂圓直徑， $a_1$  太陽齒輪與行星齒輪的中心距離

### 一、減速比及齒數的查核

由行星齒輪的結構得知， $Z_c$  必定要大於  $Z_a$ 。若所指定的減速比 1/1.5，帶入減速比公式  $1/E = Z_a / (Z_c + Z_a)$ ，得  $1/1.5 = Z_a / (Z_c + Z_a)$ ，則  $Z_c = 0.5Z_a$ ，亦即  $Z_a > Z_c$ ，違反了  $Z_c > Z_a$  的先決條件，因此無法成立。只由公式得知當  $Z_c = Z_a$  時，計算減速比為 1/2，再加上必須要有行星齒輪存在，因此實際上可使用的減速倍數 E 應該大於 3，也就是說減速比應在 1/3 以下，假設為 1/3~1/4。

以 KHK 標準內齒輪來看，齒數為 50、60、80 三種。在內齒輪的齒數採用 60 齒時，減速比  $1/E = Z_a / (Z_c + Z_a)$ ，加上齒數限制  $Z_c = Z_a + 2Z_b$ ，則有下列三組可能組合：

$Z_a = 28$ ， $Z_c = 60$  減速比：1/3.143 此時， $Z_b = 16$

$Z_a = 24$ ， $Z_c = 60$  減速比：1/3.5 此時， $Z_b = 18$

$Z_a = 20$ ， $Z_c = 60$  減速比：1/4 此時， $Z_b = 20$



如果配合太陽齒輪及行星齒輪齒數的齒數如果太小，變會產生強度不足的情形，因此在簡易地判別上，如果選擇行星齒輪比太陽齒輪來得大時，在強度查核時只需要確認太陽齒輪的強度即可。由於其他的行星齒輪及內齒輪都比太陽齒輪來得大，因此強度也來得大之故。不過若為求慎重，還是要根據每個齒輪的轉速、材質、加工情形加以個別判斷。

選定  $Z_a=20$  ,  $Z_b=20$  ,  $Z_c=60$  減速比 : 1/4

行星齒輪個數為 4 個，則  $(Z_a + Z_c) / N = \text{整數}$  ,  $(20 + 60) / 4 = 20$  (整數) OK  
 拘束限制，  $(Z_a + Z_c) \cdot \theta / 180 = \text{整數}$  , 行星齒輪為 4 個時  $\theta = 45$  ,  $(20 + 60) \cdot 45 / 180 = 20$ (整數) OK

行星齒輪外徑限制，  $d_{ab} < 2a_1 \sin\theta$  ,  $(20 + 2) \cdot m < 2 \cdot (20 + 20) \cdot m / 2 \cdot \sin(45^\circ)$  ,  $22 < 40 \cdot 0.707106781$  , 則  $22 < 31.8198$  , 符合行星齒輪的外徑限制。

## 二、機構速度計算

$M = 1.5\text{kW}$  1750RP，輸入力矩 =  $974 \times 1.5 / 1750 = 0.834857\text{kgf}\cdot\text{m}$

$R_1 =$  減速倍數  $E_1$  未知

$R_2 = 1/4$  行星齒輪減速裝置，減速倍數  $E_2 = 4$

$O = 15\text{RPM}$

由輸入轉速 1750RPM 與輸出轉速 15RPM，得知總減速倍數為  $E_1 \times E_2 = 1750 / 15 = 116.666$ 。而  $R_2$  已經設定減速倍數為  $E_2 = 4$ ，經計算  $E_1$  為 29.1666。

以  $E_1 = 30$  計算，則

$R_1 = 1/30$  之減速裝置（齒輪減速機或蝸輪減速機）

$R_1$  之輸出轉速為  $1750 \times 1/30 = 58.333\text{RPM}$

$R_1$  之輸出力矩為  $0.834857 \times 30 = 25.0457\text{kgf}\cdot\text{m}$ （不將效率及損耗計入）

$R_2 = 1/4$  之行星齒輪減速裝置

$R_2$  之輸出轉速為  $58.333 \times 1/4 = 14.583\text{RPM}$ （=總輸出轉速）

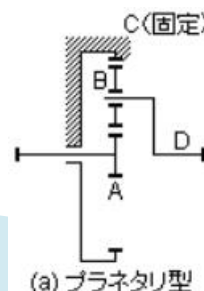
$R_2$  之輸出力矩為  $25.0457 \times 4 = 100.18257\text{kgf}\cdot\text{m}$ （不將效率及損耗計入）

## 三、 $R_2$ 行星齒輪速度計算

太陽齒輪  $Z_a$  20T

行星齒輪  $Z_b$  20T

內齒輪  $Z_c$  60T





各齒輪之轉速分析如下表：

No.	說明	太陽齒輪 A $z_a$	行星齒輪 B $z_b$	內齒輪 C $z_c$	支架 D
1	支架固定 太陽齒輪 A, 1 回轉	+1	$-\frac{z_a}{z_b}$	$-\frac{z_a}{z_c}$	0
2	全體糊在一起 $+\frac{z_a}{z_c}$ 回轉	$+\frac{z_a}{z_c}$	$+\frac{z_a}{z_c}$	$+\frac{z_a}{z_c}$	$+\frac{z_a}{z_c}$
3	(1) + (2) 之後	$1+\frac{z_a}{z_c}$	$\frac{z_a}{z_c} - \frac{z_a}{z_b}$	0 (固定)	$+\frac{z_a}{z_c}$

太陽齒輪轉速：行星齒輪轉速 =  $1 + \frac{z_a}{z_c} : \frac{z_a}{z_c} - \frac{z_a}{z_b} = 1 + 20/60 : 20/60 - 20/20 = 2 : -1 = 58.333\text{RPM} : -29.166\text{RPM}$

太陽齒輪轉速：支架之轉速 =  $1 + \frac{z_a}{z_c} : \frac{z_a}{z_c} = 1 + 20/60 : 20/60 = 4 : 1 = 58.333\text{RPM} : 14.583\text{RPM}$

依照此例來看

太陽齒輪轉速 = 入力轉速 = 58.333RPM

行星齒輪轉速 = 中間轉速 = -29.166RPM

支架之轉速 = 出力轉數 = 14.583RPM

#### 四、行星齒輪強度計算

由一.中之簡易強度判斷的說明，瞭解只要太陽齒輪之齒數大於行星齒輪之齒數時，可以在太陽齒輪之強度獲得確認後，行星齒輪及內齒輪的強度應可不必再確認。不過為了正確起見，本例也將一一加以計算。

由於行星齒輪的個數為 4，因此太陽齒輪之入力力矩 (=R1 的輸出力矩 = 25.0457kgf-m) 將分為 4 路傳動，齒輪強度的力矩也會以  $25.0457 / 4 = 6.26\text{kgf-m} / 58.333\text{RPM}$  來計算。

行星齒輪的負荷力矩可由太陽齒輪轉速：行星齒輪轉速 = 2 : -1 來說明，由於行星齒輪的轉速為太陽齒輪的一半，因此力矩將放大一倍。故計算上行星齒輪的負荷力矩將成為計算上太陽齒輪負荷力矩的一倍 =  $6.26\text{kg-m} \times 2 = 12.52285\text{kgf-m} / 29.166\text{RPM}$ 。



而太陽齒輪的負荷力矩可由太陽齒輪轉速：支架轉速=4：1 來說明，由於行星齒輪的轉速為太陽齒輪的 1/4，因此力矩將放大四倍。故計算上行星齒輪的負荷力矩將成為計算上太陽齒輪負荷力矩的四倍=6.26kg-m × 4=25.0457kgf-m / 14.583RPM。

今先以使用者提供得 m2.5 模數來確認。

**A. 太陽齒輪 [SS2.5-20] 的彎曲強度計算結果-1 (太陽齒輪與行星齒輪配對)**  
 太陽輪之容許力矩 37.1029 > 計算上之負荷力矩 6.26kgf-m OK

【計算結果】

--- 彎曲強度 [JGMA401-01] ---	
容許切線力(kgf)	293.4527
容許力矩(kgf-m)	<b>7.3363</b>
容許動力 (kW)	0.4395

【使用條件輸入值】

配對種類	[ 正齒輪 ]
配對齒數	[ 20 ]
配對齒面寬	[ 25 ]
配對齒輪加工法	[ 切削 ]
回轉數	[ 58.333 ] rpm
反覆回轉數	[ 10,000,000 以上 ]
負荷方向	[ 兩方向 ]
過負荷係數	[ 1.25 ]
潤滑油之動態黏度	[ ISO VG 100 ] cSt
齒輪的支撐方向	[ 兩側支撐 ]
安全率	[ 1.2 ]

【各項係數值】

--- 彎曲強度 [JGMA401-01] ---	
有效齒面寬	25.0000
齒形係數	2.8000



荷重分配係數	0.6423
螺旋角係數	1.0000
壽命係數	1.0000
尺寸係數	1.0000
動荷重係數 [注]	1.0000
過負荷係數	1.2500
安全率	1.2000
容許彎曲應力	12.6667

[注] 齒形經過修正 JIS 4 級

**B. 行星齒輪 [SS2.5-20] 的彎曲強度計算結果-2 (行星齒輪與內齒輪配對)**

行星輪之容許力矩 **9.1276** < 計算上之負荷力矩 **12.52285kgf-m NOT OK**

【計算結果】

--- 彎曲強度 [JGMA401-01] ---	
容許切線力(kgf)	365.1052
容許力矩(kgf-m)	<b>9.1276</b>
容許動力 (kW)	0.5468

【使用條件輸入值】

配對種類	[ 內齒輪 ]
配對齒數	[ 60 ]
配對齒面寬	[ 25 ]
配對齒輪加工法	[ 切削 ]
回轉數	[ 29.166 ] rpm
反覆回轉數	[ 10,000,000 以上 ]
負荷方向	[ 兩方向 ]
過負荷係數	[ 1.25 ]
潤滑油之動態黏度	[ ISO VG 100 ] cSt
齒輪的支撐方向	[ 兩側支撐 ]
安全率	[ 1.2 ]



【各項係數值】

--- 彎曲強度 [JGMA401-01] ---	
有效齒面寬	25.0000
齒形係數	2.8000
荷重分配係數	0.5163
螺旋角係數	1.0000
壽命係數	1.0000
尺寸係數	1.0000
動荷重係數 [注]	1.0000
過負荷係數	1.2500
安全率	1.2000
容許彎曲應力	12.6667

[注] 齒形經過修正 JIS 4 級

C. 內齒輪 [SI2.5-60] 的彎曲強度計算結果 (內齒輪與行星齒輪配對)  
 內齒輪之容許力矩 37.1029 > 計算上之負荷力矩 25.0457kgf-m OK

【計算結果】

--- 彎曲強度 [JGMA401-01] ---	
容許切線力(kgf)	494.7051
容許力矩(kgf-m)	<b>37.1029</b>
容許動力 (kW)	0.5555

【使用條件輸入值】

配對種類	[正齒輪]
配對齒數	[20]
配對齒面寬	[25]
配對齒輪加工法	[切削]
回轉數	[14.583]rpm
反覆回轉數	[10,000,000以上]
負荷方向	[兩方向]



過負荷係數	[1.25]
潤滑油之動態黏度	[ISO VG 100]cSt
齒輪的支撐方向	[兩側支撐]
安全率	[1.2]

【各項係數值】

— 彎曲強度[JGMA401-01] —	
有效齒面寬	25.0000
齒形係數	2.0665
荷重分配係數	0.5163
螺旋角係數	1.0000
壽命係數	1.0000
尺寸係數	1.0000
動荷重係數 [注]	1.0000
過負荷係數	1.2500
安全率	1.2000
容許彎曲應力	12.6667

[注] 無齒形經過修正 JIS 4 級

五、結論

這是由馬達動力來計算強度的過程，在真實的設計上應該是要由負荷端一步一步往上倒推，推到最前端的入力力矩及轉速後，再根據這個資料加上安全率尋找馬達的容量及轉速。先做速度及動做的設計，再求強度的符合與否，這樣才是完整的設計步驟。

由馬達端開始，求到輸出端的計算，雖然也稱為設計計算，但用在研究開發上似乎有點本末倒置的味道。

SS2.5-20 計算所得之最小容許彎曲力矩為 7.3363kgf-m 仍然大於由馬達端傳來不計算損耗的力矩 6.26kgf-m。

若參考個別計算的齒輪容許強度，則最弱的一環將會出現在行星齒輪上，行星輪之容許力矩 9.1276 < 計算上之負荷力矩 12.52285kgf-m。計算時的安全率以 1.2 來計算，加上此時的 SS2.5-20 正齒輪處於尚未熱處理的狀態，如果齒面加上高周波熱處理的話，彎曲強度應該會再提高約 20% 左右。





因此，齒面高周波熱處理後的行星齒輪，實際上應可承受  $9.1276 \times 1.2 \times 120 \% = 13.143744\text{kgf}\cdot\text{m}$  此時是  $> 12.52285\text{kgf}\cdot\text{m}$  的，仍勉強可以使用。

如果再配合材質的提升（鉻鉬合金鋼，MSG A2.5-20），在安全上是比較無虞的。強度查核如下：

**B'. MSGA 齒研正齒輪 [MSG A2.5-20] 的強度計算結果（行星齒輪與內齒輪配對）**

行星輪之容許力矩  $22.5789 >$  計算上之負荷力矩  $12.52285\text{kgf}\cdot\text{m}$  OK

【計算結果】

— 彎曲強度[JGMA401-01] —	
容許切線力(kgf)	903.1549
容許力矩(kgf·m)	22.5789
容許動力 (kW)	0.6763

【使用條件輸入值】

配對種類	[內齒輪]
配對齒數	[60]
配對齒面寬	[25]
配對齒輪加工法	[研磨]
回轉數	[29.166]rpm
反覆回轉數	[10,000,000以上]
負荷方向	[兩方向]
過負荷係數	[1.25]
潤滑油之動態黏度	[ISO VG 100]cSt
齒輪的支撐方向	[兩側支撐]
安全率	[1.2]

【各項係數值】

— 彎曲強度[JGMA401-01] —	
有效齒面寬	25.0000
齒形係數	2.8000
荷重分配係數	0.5163



螺旋角係數	1.0000
壽命係數	1.0000
尺寸係數	1.0000
動荷重係數 [注]	1.0000
過負荷係數	1.2500
安全率	1.2000
容許彎曲應力	31.3333

[注] 無齒形經過修正 JIS 1 級

**R1 應使用 1/30 的齒輪減速裝置或蝸輪減速機。**

而 **R2 的行星齒輪減速裝置減速比為 1/4**

入力轉速為 **58.333RPM**，輸入力矩為 **25.0457kgf-m**

出力轉速為 **14.583RPM**，輸出力矩為 **100.18257kgf-m**

太陽齒輪 <b>Za</b> 使用	<b>KHK SS2.5-20+高周波熱處理</b>	<b>X 1 個</b>
行星齒輪 <b>Zb</b> 使用	<b>KHK MSGA2.5-20</b>	<b>X 4 個</b>
內齒輪 <b>Zc</b> 使用	<b>KHK SI2.5-60</b>	<b>X 1 個</b>

以上說明，下面三張是本例中提到的 **KHK** 小原正齒輪及內齒輪之單件圖，也提供參考。

# 麗台國際有限公司

Lead Taiwan International Corporation

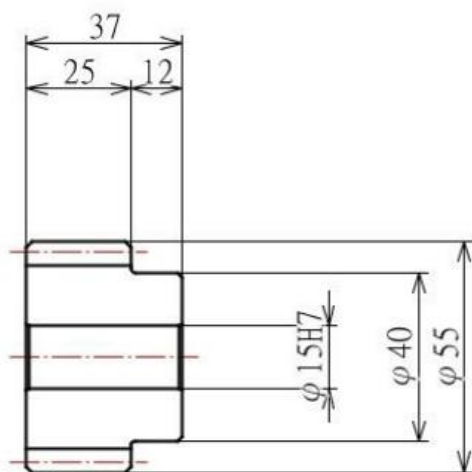
台中市台灣大道二段 285 號 20F

TEL : 886-423232026 , Website : www.ltic.com.tw ,

Email : salestw@ltic.com.tw



染黑處理



加工一般公差	
尺寸類別	中級
Up ~ Max.	mm
0.5~6	±0.1
6~30	±0.2
30~120	±0.3
120~400	±0.5
400~1000	±0.8
1000~2000	±1.2
角度	±0.5°
正齒輪規格	
精度等級	11S B 1702-1 N8 級
齒輪基準断面	
齒形	標準全齒深齒
模數	2.5
壓力角	20°
齒數(齒數)	20
齒 <sup>外</sup> 角・旋向	
節圓直徑	50
轉位係數	
齒冠高	2.5
全齒高	5.625
齒頂圓直徑	55
跨齒厚( )	
齒隙	
配對齒數	
附註	

KHK SS2.5-20

		S45C	
件號	名稱	材質	原材料尺寸
製圖	10.12.06	圖名	
審核			
比例尺 N.T.S			
<b>KHK</b> for Web Catalog		圖號	

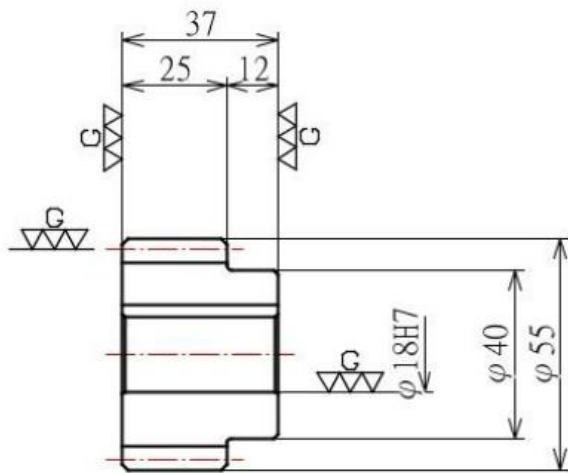
# 麗台國際有限公司

Lead Taiwan International Corporation

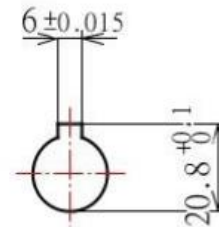
台中市台灣大道二段 285 號 20F

TEL : 886-423232026 , Website : www.ltic.com.tw ,

Email : salestw@ltic.com.tw



熱處理前



### 加工一般公差

尺寸類別	中級
Up ~ Max.	mm
0.5~6	±0.1
6~30	±0.2
30~120	±0.3
120~400	±0.5
400~1000	±0.8
1000~2000	±1.2
角度	±5°

### 齒研正齒輪規格

精度等級	115 B 1702-1 N5 級
齒輪基準断面	
齒形	標準全齒深齒
模數	2.5
壓力角	20°
齒數(條數)	20
齒形角・旋向	
節圓直徑	50
轉位係數	
齒冠高	2.5
全齒高	5.625
齒頂圓直徑	55
跨齒厚( )	
齒隙	
配對齒數	

滲碳熱處理 HRC55 - 60

深度 0.3~0.7

附註

件號	名稱	材質	原材料尺寸
		SCM415	
製圖	10.12.07	圖名	
審核			
比例尺 N.T.S			
<b>KHK</b>		圖號	
for Web Catalog			

KHK MSGA2.5-20

# 麗台國際有限公司

Lead Taiwan International Corporation

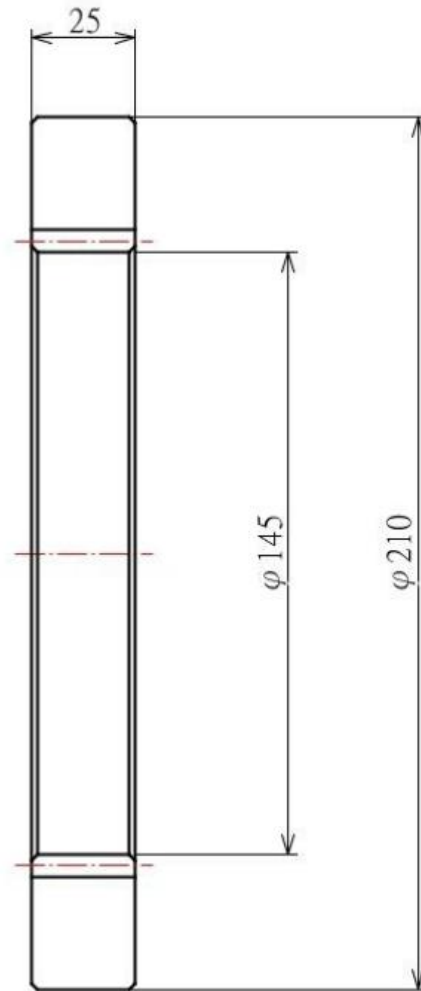
台中市台灣大道二段 285 號 20F

TEL : 886-423232026 , Website : www.ltic.com.tw ,

Email : salestw@ltic.com.tw



染黑處理



加工一般公差	
尺寸類別 Up ~ Max.	中級 mm
0.5~6	±0.1
6~30	±0.2
30~120	±0.3
120~400	±0.5
400~1000	±0.8
1000~2000	±1.2
角度	±0.5°
內齒輪規格	
精度等級	11S B 1702-1 N8 級
齒輪基準断面	
齒形	標準全齒深齒
模數	2.5
壓力角	20°
齒數(齒數)	60
齒角・旋向	
節圓直徑	150
轉位係數	
齒冠高	2.5
全齒高	5.625
齒頂圓直徑	145
跨齒厚( )	
齒隙	
配對齒數	
附註	

		S45C	
件號	名稱	材質	原材料尺寸
製圖	10.12.06	圖名	
審核			
比例尺 N.T.S			
<b>KHK</b> for Web Catalog		圖號	

KHK SI2.5-60