

麗台國際有限公司

Lead Taiwan International Corporation

台中市台灣大道二段 285 號 20F

TEL : 886-423232026 , Website : www.ltic.com.tw ,

Email : salestw@ltic.com.tw



文件序號：T2020205

## 技術類別：《齒輪應用》

技術類別	齒輪應用
篇名	AN 與 SN 交錯螺旋齒輪的強度計算
重點	AN 與 SN 交錯螺旋齒輪的強度計算
產出日期	2020/03/23
資料來源	日本 KHK / 台灣昭源提供 麗台國際有限公司整理



問：

交錯螺旋齒輪（Screw gears）AN3-15R 和 SN3-30R，無背隙使用壽命如何計算？

條件為 max 200rpm，torque=14.6N-m，一天大約操作 1hr 其強度與壽命會如何？

答：

一、 強度：

由於交錯螺旋齒輪咬合時的接觸面窄小，幾乎可視為點接觸，因此齒面所受的壓力極大，齒輪的彎曲強度（抗折強度）在此處顯得較齒輪的面壓強度來得不重要。因此，實用上在考慮交錯螺旋齒輪的強時，只使用面壓強度來計算。

又平行軸齒輪的面壓強度計算公式，不適合交錯螺旋齒輪，比較合適的公式應為尼曼公式（Niemann formula），請參考 KHK 網頁中的「選用時的注意事項」。

<http://www.khkgears.co.jp/khkweb/search/tobiraLink.do?method=sunpou&icod e=69>

摘錄：

規格表中所刊載的容許面壓強度是根據尼曼(Niemann)公式所計算的參考值。(用在交錯軸的場合)。有關交錯螺旋齒輪的強度計算，由於資料非常缺乏，公式中所使用常數  $K_0$  的值，是根據材質的配合情形而定，是本公司的推算值，請注意。下面是所使用的尼曼公式。

注 1

單位是將原「尼曼機械要素動力傳動篇」中的單位轉換成 SI 單位。

$$U1=1.43d_1^2zK_s$$

其中  $U1$ : 容許切線力 (N)

$d_1$ : 小齒輪的節徑 (mm)

$z$ : 齒數配合的係數

$K_s$ : 材質及滑動速率的係數

$$K_s = K_0 \frac{2}{2+V_f}$$

其中  $K_0$ : 材質配合的常數

$V_f$ : 滑動速率 (m/s)

$$V_f = \frac{\pi n d_1}{60000 \cos \beta}$$

其中  $n$ : 回轉數 ( $\text{min}^{-1}$ )

$\beta$ : 螺旋角 ( $45^\circ$ )



■ fz 值

Z1	10	13	15	20	26	30
Z2						
10	1.557					
13	2.029	1.557				
15	2.287	1.823	1.557			
20	3.000	2.333	2.074	1.557		
26	3.755	3.000	2.658	2.029	1.557	
30	4.141	3.355	3.000	2.287	1.823	1.557

■ 使用條件設定值

產品型號	配合齒輪	K0值	容許最大滑動速率 m/s	配合齒數	回轉數
SN	SN	0.0030	2.5	同一齒數	100rpm
SUN	SN	0.0030 <sup>注2</sup>			
AN	SN	0.0050	5		
PN	SN	0.0030 <sup>注2</sup>			

單位是將原「尼曼機械要素動力傳動篇」中的單位轉換成 SI 單位。也可以由 KHK 小原齒輪公司網頁進入交錯螺旋齒輪的強度計算：

AN3-15R 齒輪強度計算

[http://www.khkgears.co.jp/khkweb/search/sunpou.do?indexCode=69&lang=zh\\_TW&referrer=series&seihinNm=AN3-15R&curPage=default#AN3-15R](http://www.khkgears.co.jp/khkweb/search/sunpou.do?indexCode=69&lang=zh_TW&referrer=series&seihinNm=AN3-15R&curPage=default#AN3-15R) 中，

下方的「強度計算」按鈕進入，為求安全起見，安全率取 1.2。

配對齒數	<input type="text" value="30"/>
回轉數	<input type="text" value="200"/>
配對齒輪材質	<input type="text" value="S45C"/>
安全率	<input type="text" value="1.2"/> <input type="text" value="false"/>
單位	<input checked="" type="checkbox"/> kgf <input type="checkbox"/> N
<input type="button" value="計算結果預覽"/> <input type="button" value="重設"/>	



AN 交錯螺旋齒輪 [AN3-15R] 的強度計算結果

【計算結果】

---- 面壓強度 [尼曼方程式] ----	
容許切線力 (N)	476.6056
容許力矩 (N-m)	<b>15.1655</b>
容許動力 (kW)	0.3176

【使用條件輸入值】

配對齒數	[ 30 ]
回轉數	[ 200.0 ] rpm
配對齒輪材質	[ S45C ]
安全率	[ 1.2 ]

【各項係數值】

---- 面壓強度 [尼曼方程式] ----	
齒數組合係數	2.9631
材質相對滑動速率係數	0.0034
滑動速度	0.9425
安全率	1.2000

算得齒輪 AN3-15R 的容許負荷強度為 15.1655N-m，大於設計值 14.6N-m，OK。

SN3-30R 齒輪強度計算

[http://www.khkgears.co.jp/khkweb/search/sunpou.do?indexCode=67&lang=zh\\_TW&referrer=series&seihinNm=SN3-30R&curPage=default#SN3-30R](http://www.khkgears.co.jp/khkweb/search/sunpou.do?indexCode=67&lang=zh_TW&referrer=series&seihinNm=SN3-30R&curPage=default#SN3-30R) 中，

下方的「強度計算」按鈕進入，為求安全起見，安全率取 1.2。

配對齒數	<input type="text" value="15"/>
回轉數	<input type="text" value="100"/>
配對齒輪材	<input type="text" value="AIBC2"/>



質	
安全率	<input type="text" value="1.2"/>
追加熱處理	<input checked="" type="checkbox"/> 有 <input type="checkbox"/> 無 <input type="text" value="true"/>
單位	<input checked="" type="checkbox"/> kgf <input type="checkbox"/> N
<input type="button" value="計算結果預覽"/> <input type="button" value="重設"/>	

SN 交錯螺旋齒輪 [SN3-30R] 的強度計算結果

【計算結果】

---- 面壓強度 [尼曼方程式] ----	
容許切線力 (N)	476.6057
容許力矩 (N-m)	<b>30.3310</b>
容許動力 (kW)	0.3176

【使用條件輸入值】

配對齒數	[ 15 ]
回轉數	[ 100.0 ] rpm
配對齒輪材質	[ AIBC2 ]
安全率	[ 1.2 ]

【各項係數值】

---- 面壓強度 [尼曼方程式] ----	
齒數組合係數	2.9631
材質相對滑動速率係數	0.0034
滑動速度	0.9425
安全率	1.2000

算得齒輪 SN3-30R 的容許負荷強度為 30.331N-m，大於設計值 14.6×2=29.2N-m，OK。



## 二、壽命：

在尼曼方程式中是看不到壽命及時間的因素，因此無法直接算得齒輪的壽命。雖然如此，一般而言，面壓強度是以不發生表面疲勞做為計算依據，其重複接觸次數通常為  $10^7$  次（但不是說一旦達到  $10^7$  次時，齒輪就一定會損壞）。以此觀點來檢視齒輪的轉速，可推導出理想狀況下齒輪應有的可靠壽命。

由於已知齒輪在每次運轉時的轉速為 200rpm，每天會有 1 小時的運轉。粗略以  $10^7$  除以 200，可得出 50000 分鐘，相當於 833.33 小時，亦即起碼會有 833 天（每天以 1 小時計算）的使用壽命。

另一個重點是潤滑，潤滑得當的齒輪比潤滑不當的齒輪，壽命要來得長。這點必須認真以對不可忽視。

## 三、齒隙：

齒輪之所以需要有齒隙（背隙），其最大的著眼點在於「膨脹」。由於膨脹會使齒與齒輪漲大，因此若沒預留足夠的空間，則齒輪在運轉後有可能會因為熱膨脹而卡死，這個預留的空間稱之為齒隙。齒隙的作用除了吸收熱膨脹外，由於齒隙，潤滑油才得以容易留存於兩咬合齒面間。另外吸收齒輪加工上的節距、偏心及齒形誤差也是齒隙存在的大功用。

齒隙既然是和齒輪的膨脹有關，根據「長度變化量 = 原有長度 × 溫度變化量 × 膨脹係數」的關係可以瞭解，膨脹的大小和齒輪本身的大小及溫度變化量與膨脹係數有正比例關係。如果在溫度變化量與膨脹係數固定不變的情形下，只看齒輪的大小一項，便可更瞭解齒輪大小（節徑、外徑、齒厚）和膨脹的函數關係，而節徑是齒數與模數的乘積（節徑 = 齒數 × 模數），跨齒厚與模數和齒數也有函數關係。因此得知在相同的模數下膨脹和齒數是相關的。也就是說齒隙和齒數是有關係的，不可以模數的大小而只給予齒隙一個定值，齒隙必須隨著齒數的增多、膨脹的變大而增加。

但隨著機械的高精度化趨勢，小齒隙齒輪的需求也不斷增加。而減少齒隙的方法，可大致分為靜態和動態兩種。

靜態方法是指在調整出齒輪組的齒隙後，將齒輪位置固定的方法。

動態方法是指為消除齒隙而對齒輪施加作用力，使齒輪保持在無齒隙狀態下運轉。



**靜態方法(調整・固定方法)**

這種調整・固定方法基本上有如下兩種方式。其一是對齒輪做調整・固定，其二是對中心距離做調整・固定。根據其不同的組合，可以得出下列( I ~ IV)四種方式。

		調整中心距離	
		無	有
調整齒輪	無	I	III
	有	II	IV

**方法 I**

對齒輪和中心距離不做任何調整，在中心距離固定的條件下，製造出可以達到最小程度齒隙的齒輪。

**方法 II**

於齒輪可以調整的構造中，在固定中心距離下讓齒輪咬合後，再將齒輪的齒隙調小，然後再將齒輪固定。

調整齒輪齒隙的方法，有如下三種。

將兩片相同的齒輪重疊後，讓其中的一片沿回轉方向錯開，將齒溝(齒隙)填滿後固定此兩片齒輪。

將兩片相同帶有螺旋角的齒輪，如螺旋齒輪等，相互重疊後，將其中的一個沿軸向移動，將齒溝(齒隙)填滿後固定此兩片齒輪。

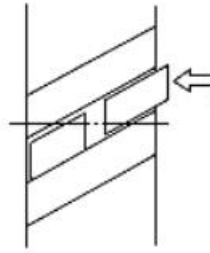
傘形齒輪和錐度齒輪等圓錐型的齒輪，沿軸向移動(雙導程蝸輪組也屬於此類)，在齒厚較厚的部分填滿齒溝(齒隙)後，再將齒輪固定。

上述方法如下圖 1 所示。

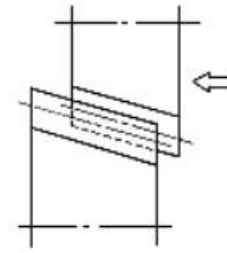
其中，①是回轉錯開方式，②、③是平行移動方式。



① 回轉錯開方式



② 平行移動方式



③ 平行移動方式

圖 1 齒輪的調節・固定方法

### 方法Ⅲ

不調整齒輪，而在中心距離可以調整的構造中，將齒隙調整到需要的程度後，再將中心距離固定的方法。

調整中心距離的方法有平行移動方式和旋轉移動方式兩種。

### 平行移動方式

將齒輪沿中心距離減少方向平行移動，調整到需要的齒隙後，再將中心距離固定。

參考計算：中心距離調整量 = 齒隙欲調整量 ÷ ( 2 × sin α )

其中，α = 壓力角。由於齒輪運轉後會產生溫度而膨脹，加上加工時多少一定會出現的偏心情形，以及要有保留適度的潤滑空間，因此建議：請儘量不要在“零”齒隙下使用齒輪，這可能會產生許多意想不到的難題。

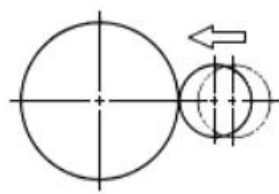
### 旋轉移動方式

利用與齒輪不同心之偏心旋臂機構，以偏心的旋臂為中心旋轉齒輪，調整到需要的齒隙後，再將旋臂位置固定(中心距離固定)。

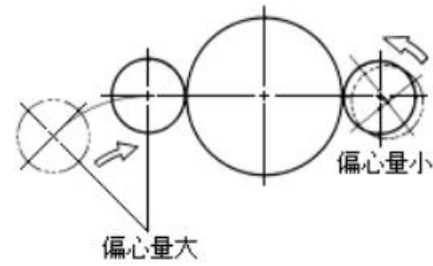
受偏心量大小的影響，旋轉移動方式的構造會有不同。

以上的調整方法如下圖 2 所示。





① 平行移動方式



② 旋轉移動方式

#### 方法IV

這是調整齒輪與調整中心距離同時並用的方法，由於單項調整便足以因應，因此同時並用的方法幾乎不被採用。

#### 動態方法(齒隙強制去除法)

這種強制去除齒隙的方法，基本上與(1)中所述的調整・固定方式相同。強制實施(1)方式的調整，即是所謂(2)的動態方式。這種方式，分為調整齒輪強制去除齒隙和調整中心距離強制去除齒隙的兩種方法。

##### (I) 調整齒輪強制去除齒隙的方法

這種方法是在圖 1 所示方法 II 的情況下，利用彈簧等的力量，將齒隙強制去除的方法。

##### (II) 調整中心距離強制去除齒隙的方法

這種方法是在圖 2 所示方法 III 的情況下，利用彈簧等的力量，強制去除齒隙的方法。

這種彈簧等強制力  $F$  的大小，需要大於加諸齒的力  $F_1$  和摩擦力  $F_2$  的和。

$$F > F_1 + F_2$$

強制力  $F$  太小的話，無法達到除去齒隙的目的。相反地，如果太大的話，齒輪的預壓會過大，對於齒輪的磨耗及壽命會有不良的影響。在使用強制方法除去齒隙時，必須連同預壓一併列入齒輪的設計計算中。

#### 雙導程蝸輪組

使用雙導程蝸桿是減少齒隙的方法之一，例如滾齒機的 Master worm 等，用在精度要求高的地方。圖 3 為雙導程蝸輪組的示意圖。

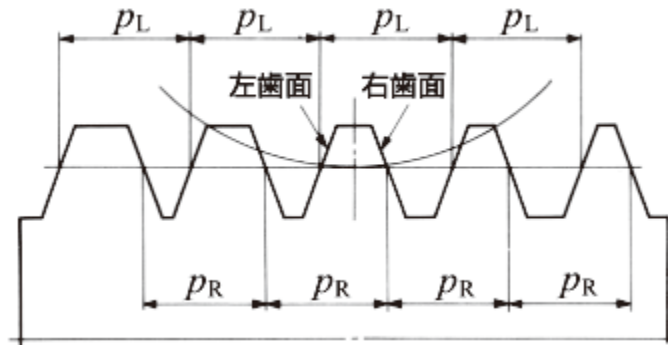


圖 3 雙導程蝸輪組原理圖

雙導程蝸輪蝸桿的左齒面節距  $P_L$  和右齒面節距  $P_R$  不相等，圖 3 之例為  $P_R > P_L$ 。與之咬合的蝸輪，是用與雙導程蝸桿同樣，左右齒面的節距分別為  $P_L, P_R$ ，之滾齒刀切削出來的。

在圖 3 所示的情況下，由於蝸桿的齒厚由左到右逐漸變厚，所以將蝸桿沿軸方向左右移動調整，即可得到所要求的齒隙。