

麗台國際有限公司

Lead Taiwan International Corporation

台中市台灣大道二段 285 號 20F

TEL : 886-423232026 , Website : www.ltac.com.tw ,

Email : salestw@ltac.com.tw



文件序號：T2020057

技術類別：《齒輪應用》

| | |
|------|-------------------------------|
| 技術類別 | 齒輪應用 |
| 篇名 | 內齒輪的干涉 |
| 重點 | 內齒輪的干涉 |
| 產出日期 | 2020/02/13 |
| 資料來源 | 日本 KHK / 台灣昭源提供 麗台國際有限公司整理 |



在一些內齒輪機構中，會遇到的一些干涉問題，這些干涉是否和齒數有關？

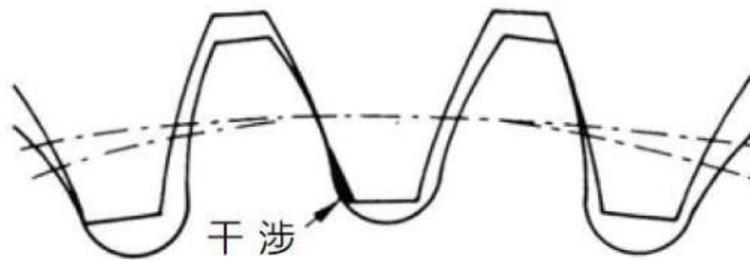
內齒輪的干涉，的確和所使用的齒數有很大的關係。

內齒輪與外齒輪在咬合時，會發生如下具有代表性的三種干涉。

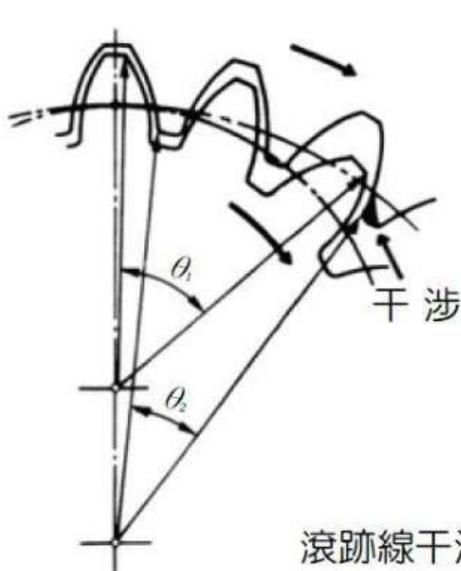
漸開線干涉(involute interference)

滾跡線干涉(trochoid interference)

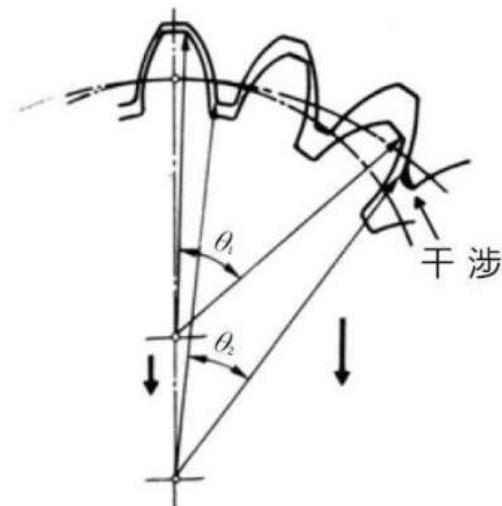
脫離干涉(trimming interference)



漸開線干涉



滾跡線干涉



脫離干涉



漸開線干涉

漸開線干涉是正齒輪的齒根與內齒輪齒冠間的干涉，容易發生在正齒輪的齒數較少時。

避免漸開線干涉發生的條件是：

$$\frac{z_1}{z_2} \geq 1 - \frac{\tan a_{a2}}{\tan a'} \quad (1)$$

其中： a_{a2} 是內齒輪的齒頂壓力角

$$a_{a2} = \cos^{-1} \left(\frac{d_{b2}}{d_{a2}} \right) \quad (2)$$

a' 是咬合壓力角

$$a' = \cos^{-1} \left(\frac{(z_2 - z_1)m \cos \alpha}{2a} \right) \quad (3)$$

想要使(2)公式成立，則內齒輪的齒頂圓比基圓大是其必要條件

$$d_{a2} \geq d_{bz} \quad (4)$$

節圓壓力角 $a = 20^\circ$ 的標準內齒輪，如果齒數不能滿足條件 $z_2 > 34$ 的話，則內齒輪的齒頂圓無法大於基圓。

滾跡線干涉

滾跡線干涉是正齒輪的齒冠在脫離內齒輪齒溝時，與內齒輪的齒冠間產生之干涉，容易發生在內齒輪與正齒輪的齒數差較小時。

不產生滾跡線干涉的條件是：

$$\theta_1 \frac{z_1}{z_2} + \text{inv} a' - \text{inv} a_{a2} \geq \theta_2 \quad (5)$$

其中：

$$\theta_1 = \cos^{-1} \left(\frac{r_{a2} - r_{a1} - a^2}{2ar_{a1}} \right) + \text{inv} a_{a1} - \text{inv} a' \quad (6)$$

$$\theta_2 = \cos^{-1} \left(\frac{a^2 + r_{a2}^2 - r_{a1}^2}{2ar_{a2}} \right)$$

a_{a1} 是正齒輪的齒頂壓力角

$$a_{a1} = \cos^{-1} \left(\frac{d_{b1}}{d_{a1}} \right) \quad (7)$$



$$a_{a2} = \cos^{-1} \left(\frac{d_{b2}}{d_{a2}} \right)$$

經由計算可以得出，節圓壓力角 $a = 20^\circ$ 的標準內齒輪與標準正齒輪咬合時，齒數差 $Z_2 - Z_1$ 只要大於 9，就不會發生滾跡線干涉。

脫離干涉

脫離干涉是指正常咬合的內齒輪與正齒輪間，正齒輪無法從咬合狀態沿半徑方向脫離退出，這種干涉也是容易發生在內齒輪與正齒輪的齒數差較小時。不發生此干涉的條件如式(8)所示：

$$\theta_1 + \text{inv}\alpha_{a1} - \text{inv}\alpha' \geq \frac{Z_2}{Z_1} (\theta_2 + \text{inv}\alpha_{a2} - \text{inv}\alpha') \quad (8)$$

其中：

$$\theta_1 = \sin^{-1} \sqrt{\frac{1 - (\cos\alpha_{a1} / \cos\alpha_{a2})^2}{1 - (Z_1/Z_2)^2}} \quad (9)$$

$$\theta_2 = \sin^{-1} \sqrt{\frac{1 - (\cos\alpha_{a1} / \cos\alpha_{a2})^2}{1 - (Z_1/Z_2)^2}}$$

即使發生脫離干涉，只要將齒輪沿軸方向移動仍然可以裝卸齒輪，且完全不會影響齒輪咬合後的運轉。

但是，當使用小齒輪形切齒刀創生內齒輪時，這種干涉就成了重大的問題了。也就是說，在有脫離干涉的情形下，小齒輪形切齒刀從內齒輪退刀脫出時，由於干涉的影響，刀具有發生破損的可能。

實際使用時

刀具壓力角 $\alpha_0 = 20^\circ$ 的標準內齒輪，利用無轉位的 ($x_0=0$) 小齒輪形切齒刀切齒時，不發生脫離干涉的內齒輪齒數界限(下限)列於表 1

表 1 不發生脫離干涉的內齒輪齒數界限

| | | | | | | | | | | | |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|----|
| Z_0 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 24 | 25 | 27 |
| Z_2 | 34 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 42 | 43 | 45 |
| Z_0 | 28 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 38 | 40 | 42 | |
| Z_2 | 46 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 56 | 58 | 60 | |
| Z_0 | 44 | 48 | 50 | 56 | 60 | 64 | 66 | 80 | 96 | 100 | |
| Z_2 | 62 | 66 | 68 | 74 | 78 | 82 | 84 | 98 | 114 | 118 | |



上表中，刀具齒數 $z_0=15 \sim 22$ 時，雖不發生脫離干涉，依公式(1)~(4)計算，將發生漸開線干涉(z_0 為小齒輪形切齒刀的齒數)。

表 2 則列出了利用轉位小齒輪形切齒刀切削標準內齒輪時，不發生脫離干涉的內齒輪最少齒數。

表 2 不發生脫離干涉的內齒輪齒數界限

| | | | | | | | | | | | |
|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|------|--------|--------|
| z_0 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 24 | 25 | 27 |
| x_0 | 0.1625 | 0.17 | 0.1775 | 0.185 | 0.1925 | 0.2 | 0.2075 | 0.215 | 0.23 | 0.2375 | 0.2525 |
| z^2 | 36 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 45 | 47 | 48 | 50 |
| z_0 | 28 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 38 | 40 | 42 | |
| x_0 | 0.26 | 0.275 | 0.2825 | 0.29 | 0.2975 | 0.305 | 0.3125 | 0.335 | 0.35 | 0.365 | |
| z^2 | 52 | 54 | 55 | 56 | 58 | 59 | 60 | 64 | 66 | 68 | |
| z_0 | 44 | 48 | 50 | 56 | 60 | 64 | 66 | 80 | 96 | 100 | |
| x_0 | 0.38 | 0.41 | 0.425 | 0.47 | 0.5 | 0.53 | 0.545 | 0.65 | 0.77 | 0.8 | |
| z^2 | 71 | 76 | 78 | 86 | 90 | 95 | 98 | 115 | 136 | 141 | |

表中，依公式(1)~(4)計算，也會得出當 $z_0=15 \sim 19$ 時，將發生漸開線干涉，內齒輪齒冠有部分正確的漸開線齒形將因為與刀具發生干涉而被切掉。