

麗台國際有限公司

Lead Taiwan International Corporation

台中市台灣大道二段 285 號 20F

TEL : 886-423232026 , Website : www.ltic.com.tw ,

Email : salestw@ltic.com.tw



文件序號：T2020250

## 技術類別：《齒輪應用》

技術類別	齒輪應用
篇名	齒輪的齒隙與相互間的關係
重點	齒輪的齒隙與相互間的關係
產出日期	2020/05/08
資料來源	日本 KHK / 台灣昭源提供 麗台國際有限公司整理



問：

請概略說明齒輪在各方向上的齒隙，與其相互間的關係，謝謝。

答：

非常感謝來電詢問齒輪的齒隙與相互間的關係。一對齒輪要想達到平順穩定的運轉，需要有齒隙。齒隙是指一對齒輪咬合時，齒面間の間隙。根據量測方向的不同，齒隙被分為圓周方向齒隙  $j_t$ ，法線方向齒隙  $j_n$ ，半徑方向齒隙  $j_r$ ，軸方向齒隙  $j_x$  和回轉角度齒隙  $j_\theta$ 。

**各種齒隙概說：**

下表中，列出了各種齒輪齒隙之間的關係式。

齒隙關係式簡表

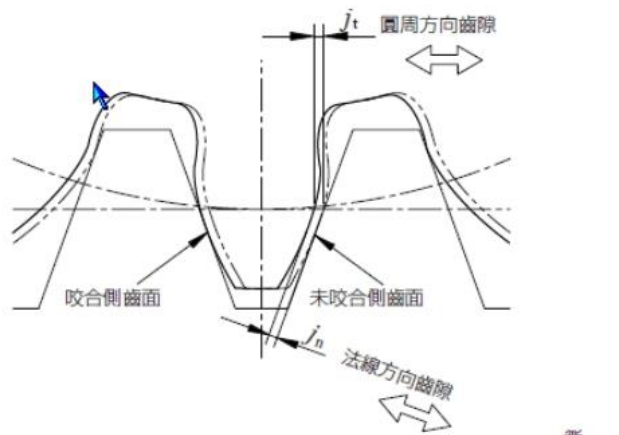
序號	齒輪種類	圓周方向齒隙 $j_t$	法線方向齒隙 $j_n$	半徑方向齒隙 $j_r$	軸方向齒隙 $j_x$	回轉角度齒隙 $j_\theta$
平行軸	正齒輪	$\frac{j_n}{\cos \alpha_n \cos \beta}$	$j_n = j_n \cos \alpha_n \cos \beta$	$j_r = \frac{j_n}{2 \sin \alpha_n}$	----	$j_\theta = j_t \times \frac{360^\circ}{\pi \cdot d}$
	螺旋齒輪					
相交軸	直齒傘形齒輪	$\frac{j_n}{\cos \alpha_n \cos \beta_m}$	$j_n = j_n \cos \alpha_n \cos \beta_m$	----	$j_x = \frac{j_n}{2 \sin \alpha_n \sin \delta}$	$j_\theta = j_t \times \frac{360^\circ}{\pi \cdot d}$
	彎齒傘形齒輪					



交錯軸	螺旋齒輪	$\frac{j_n}{\cos \alpha_n \cos \beta}$	$j_n = j_{\pi} \cos \alpha_n \cos \beta$	$j_r = \frac{j_n}{2 \sin \alpha_n}$	-----
	蝸桿	$\frac{j_n}{\cos \alpha_n \sin \gamma}$	$j_{nm} = j_{\pi} \cos \alpha_n \sin \gamma$		
	蝸輪	$\frac{j_n}{\cos \alpha_n \cos \gamma}$	$j_{nm} = j_{\pi 2} \cos \alpha_n \cos \gamma$		

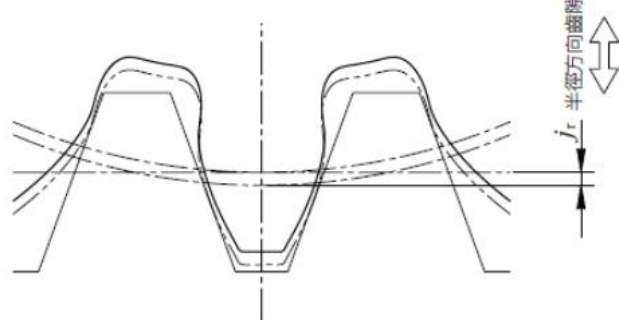
**圓周方向齒隙  $j_t$**

齒輪組中，固定其中一個齒輪，另一個齒輪所能轉動的節圓弧長，稱為圓周方向齒隙。



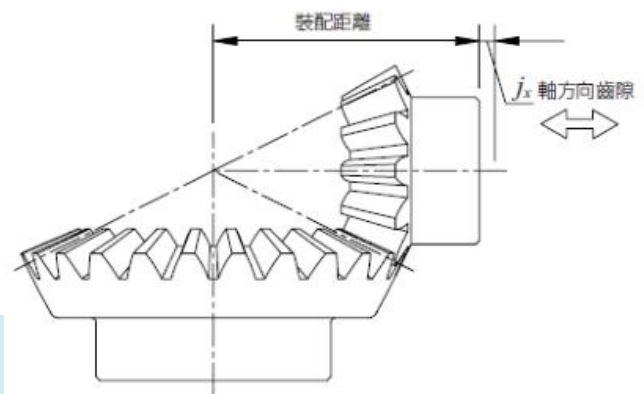
**法線方向齒隙  $j_n$**

兩齒輪咬合接觸時，齒的一側齒面相互咬合接觸，齒的另一側齒面未互相接觸，而其間的最短距離，稱為法線方向齒隙。



**半徑方向齒隙  $j_r$**

兩齒輪咬合接觸時，齒的兩側齒面同時接觸時的中心距離，與規定的中心距離之差，稱為半徑方向齒隙。



**軸方向齒隙  $j_x$**

傘形齒輪咬合接觸時，齒的兩側齒面同時接觸時的裝配距離，與規定裝配距離之差，稱為軸方向齒隙。

**回轉角度齒隙  $j_a$**

齒輪組在標準中心距離（或標準裝配距離）下，固定其中一個齒輪，而其



他齒輪所能轉動的最大角度，稱為回轉角度齒隙。

各種齒輪齒隙詳細說明：

**(1) 正齒輪的齒隙**

正齒輪的齒隙可由圖 1 得知：

$$j_n = j_t \cos \alpha \quad (1)$$

$$j_r = \frac{j_t}{2 \tan \alpha}$$

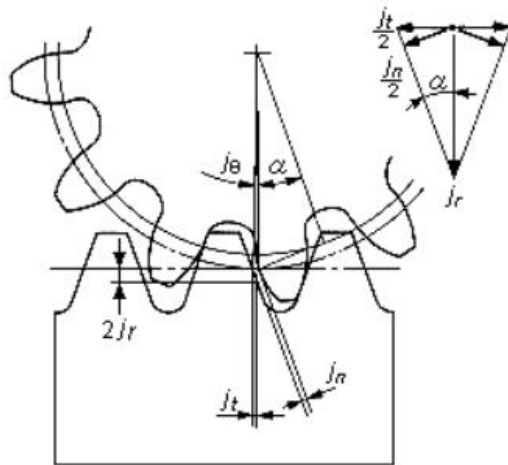


圖 1 正齒輪的齒隙

**(2) 螺旋齒輪的齒隙**

螺旋齒輪的齒隙，可以根據測定的斷面，分成齒直角斷面(n)和軸直角斷面(t)來討論。圖 2 中的  $j_{nn}, j_{tn}, j_{nt}, j_{tt}$  的定義分別如下：

$j_{nn}$ ：齒直角法線方向齒隙     $j_{tn}$ ：齒直角圓周方向齒隙

$j_{nt}$ ：軸直角法線方向齒隙     $j_{tt}$ ：軸直角圓周方向齒隙

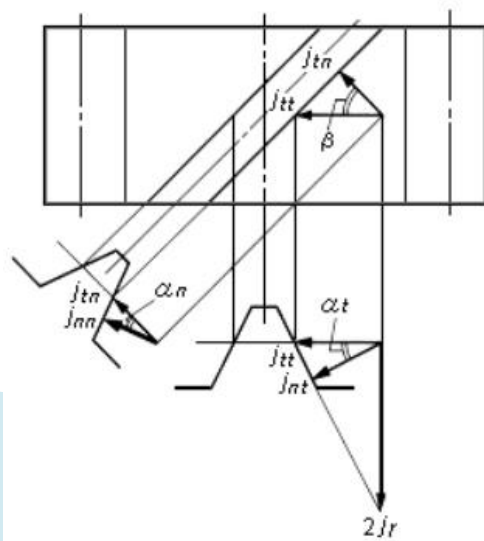


圖 2 螺旋齒輪的齒隙



圖 2 中的齒隙間，存在如下的關係。

在齒直角斷面上：

$$j_{nn} = j_{tn} \cos \alpha_n \quad (2)$$

在節圓相切平面上：

$$j_{tn} = j_{tt} \cos \beta \quad (3)$$

在軸直角斷面上：

$$\begin{cases} j_{nt} = j_{tt} \cos \alpha_t \\ j_r = \frac{j_{tt}}{2 \tan \alpha_t} \end{cases} \quad (4)$$

### (3) 直齒傘型齒輪的齒隙

在圖 3 中為直齒傘形齒輪的齒隙。

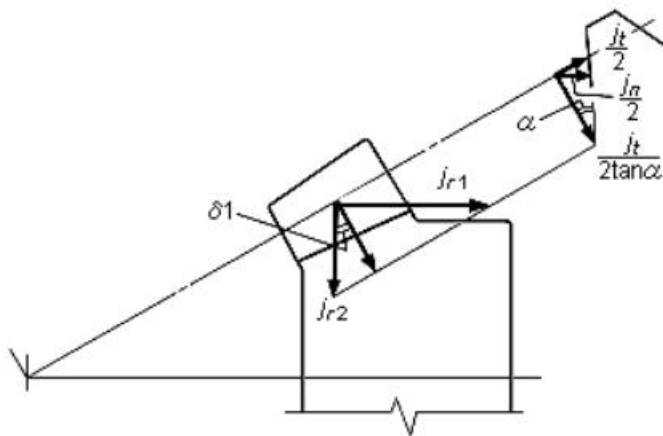


圖 3 直齒傘形齒輪的齒隙

在圖中所示的齒直角斷面上，圓周齒隙  $j_t$ ，法線齒隙  $j_n$ ，徑向齒隙  $j'_r$  三者之間有如下的關係。

$$\begin{cases} j_n = j_t \cos \alpha \\ j'_r = \frac{j_t}{2 \tan \alpha} \end{cases} \quad (5)$$

徑向齒隙  $j'_r$  在軸斷面上又可以分解成，小齒輪中心距離方向（裝配距離）齒隙  $j_{r1}$  和大齒輪中心距離方向齒隙  $j_{r2}$ 。

$$\begin{cases} j_{r1} = \frac{j_t}{2 \tan \alpha \sin \delta_1} \\ j_{r2} = \frac{j_t}{2 \tan \alpha \cos \delta_1} \end{cases} \quad (6)$$

### (4) 彎齒傘型齒輪的齒隙

彎齒傘形齒輪的齒隙如圖 4 所示。

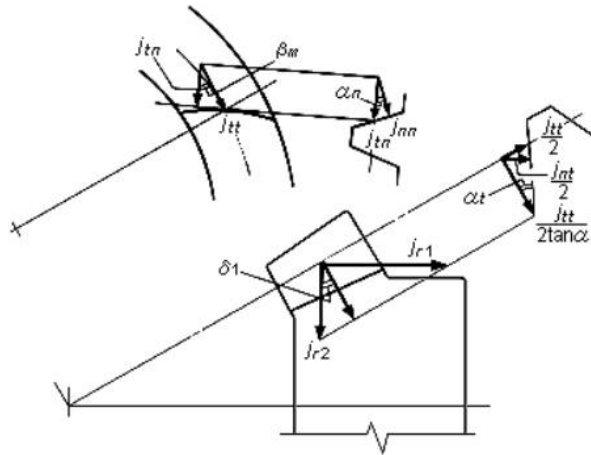


圖 4 彎齒傘形齒輪的齒隙

在齒幅中央的齒直角斷面上：

$$j_{nn} = j_{tn} \cos \alpha_n \quad (7)$$

在節錐相切平面上：

$$j_{tn} = j_{tt} \cos \beta_m \quad (8)$$

在軸直角斷面上：

$$\begin{cases} j_{nt} = j_{tt} \cos \alpha_t \\ j'_r = \frac{j_{tt}}{2 \tan \alpha_t} \end{cases} \quad (9)$$

徑向齒隙  $j'_r$  在軸斷面上又可以分解成，小齒輪中心距離方向（裝配距離）齒隙  $j_{r1}$  和大齒輪中心距離方向齒隙  $j_{r2}$ 。

$$\begin{cases} j_{r1} = \frac{j_{tt}}{2 \tan \alpha_t \sin \delta_1} \\ j_{r2} = \frac{j_{tt}}{2 \tan \alpha_t \cos \delta_1} \end{cases} \quad (10)$$

### (5) 蝸輪組的齒隙

圖 5 為蝸輪組的齒隙。

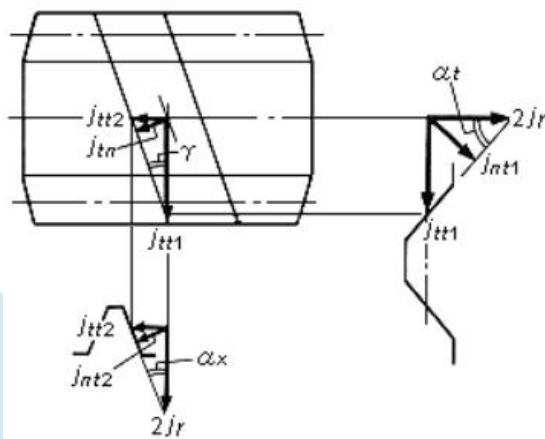


圖 5 蝸輪組的齒隙



在蝸桿蝸輪的節圓相切平面上：

$$\begin{cases} j_{tn} = j_{tt1} \sin \gamma \\ j_{tn} = j_{tt2} \cos \gamma \\ \tan \gamma = \frac{j_{tt2}}{j_{tt1}} \end{cases} \quad (11)$$

在蝸桿的軸直角斷面上：

$$\begin{cases} j_{nt1} = j_{tt1} \cos \alpha_t \\ j_r = \frac{j_{tt1}}{2 \tan \alpha_t} \end{cases} \quad (12)$$

在蝸輪的軸直角斷面上：

$$\begin{cases} j_{nt2} = j_{tt2} \cos \alpha_x \\ j_t = \frac{j_{tt2}}{2 \tan \alpha_x} \end{cases} \quad (13)$$

## (6) 回轉角度齒隙

圓周齒隙與回轉角度齒隙之間的關係式如下。

$$j_{\theta} = j_t \times \frac{360}{\pi \cdot d} (\text{度}) \quad (14)$$

### 齒厚與齒隙：

齒輪之所以需要有齒隙，其最大的著眼點在於「膨脹」。由於膨脹會使齒與齒輪漲大，因此若沒預留足夠的空間，則齒輪在運轉後有可能會因為熱膨脹而卡死，這個預留的空間稱之為齒隙。齒隙的作用除了吸收熱膨脹外，由於齒隙，潤滑油才得以容易留存於兩咬合齒面間。另外吸收齒輪加工上的節距、偏心及齒形誤差也是齒隙存在的大功用。

齒隙既然是和齒輪的膨脹有關，根據「長度變化量 = 原有長度 × 溫度變化量 × 膨脹係數」的關係可以瞭解，膨脹的大小和齒輪本身的大小及溫度變化量與膨脹係數有正比例關係。如果在溫度變化量與膨脹係數固定不變的情形下，只看齒輪的大小一項，便可更瞭解齒輪大小（節徑、外徑、齒厚）和膨脹的函數關係，而節徑是齒數與模數的乘積（節徑 = 齒數 × 模數），跨齒厚與模數和齒數也有函數關係。因此得知在相同的模數下膨脹和齒數是相關的。也就是說齒隙和齒數是有關係的，不可以模數的大小而只給予齒隙一個定值，齒隙必須隨著齒數的增多、膨脹的變大而增加。



使齒輪產生齒隙的方法有兩種，一是將齒厚變小，二是將中心距離微幅拉大。由於以微幅拉大齒輪的中心距離來賦予齒隙的方式，影響的層面大，通常較少採用。實用上，以：在理論的中心距離下，使用齒輪的齒厚減少量來「賦予」齒輪對的齒隙，較為常見。這裡將介紹以齒厚變小來產生齒隙的方法。

以齒輪的齒厚計算方法，所計算得出的齒厚稱為齒輪的標準齒厚(計算齒厚、無齒隙齒厚、齒厚的理論值)，也就是說，將擁有標準齒厚的一對齒輪安裝在標準中心距離下，其咬合狀態下之齒隙量理論上應為 0，也就是說單就齒輪的計算上，是不考慮齒隙的。

要如何賦予齒隙呢？在中心距離不微幅拉大的先決條件下，一般會在製造時將齒厚微幅減小，來達到賦予齒隙的目的。至於齒厚要減少多少，這可以由齒輪齒隙的規範中「單邊齒厚減少量」得知一個大範圍的界限。單邊齒厚減少量同樣也和節徑的大小有關（節徑的立方根，見下表），每一齒輪等級都有其最大值最小值（上、下限）的規定。

將兩個齒輪個別的單邊齒厚減少量相加，所得之數值便是齒隙了。不過我們光看規範上的上下限數值就可以知道計算出的齒隙之容許範圍頗大，因此不應該直接採用，必須要再加以檢視。

單邊齒厚減少量在量測上是以卡弦齒厚及跨齒厚來表現，其中又以跨齒厚及其上下寬容度（公差）最常被指定在設計圖面上。在實際的運用上，設計者應就其設計理念，在規定的範圍內，於單邊齒厚減少量之上下限內決定一中心值，再依此中心值取一上下寬容值（公差）規定在圖面上，做為加工及檢驗的依據。

請注意：此公差應依加工精度及方法（研磨齒或一般滾齒）的不同來賦予，千萬不可規定得過小，造成加工者的困擾。至於要訂到多嚴謹，這就是各家 know-how 的所在了。

而單邊齒厚減少量所指的是，位於節圓上的圓弧齒厚減少的圓弧長。而跨齒厚及其公差指的則是基圓上的圓弧長，兩者有一定的換算關係，即  $\cos \alpha$ ；以壓力角  $20^\circ$  為例， $\cos 20^\circ \approx 0.939$ ，因此換算後相差不大，若不計較則可直接使用。





例：在 JIS B1703-1976 規範中（已經作廢），規定一般動力傳達用正齒輪及螺旋齒輪的單邊齒厚減少量之容許最大最小值

單位：μm

等級	最小值	最大值
JIS 0 級 (N 4)	10W	25W
JIS 1 級 (N 5)		28W
JIS 2 級 (N 6)		31.5 W
JIS 3 級 (N 7)		35.5
		W
JIS 4 級 (N 8)		40W
JIS 5 級 (N 9)		45W
JIS 6 級 (N 10)		50W
JIS 7 級 (N 11)		63W
JIS 8 級 (N 12)		90W

註：其中， $W = \sqrt[3]{do} + 0.65 \times ms (\mu m)$ ， $do$  = 節圓直徑 =  $z \times ms$ ， $ms$  = 軸直角斷面模數（正面模數），而（N XX 級）為新規定之 JIS 齒輪精度級數代號。

若將一對相互咬合的正齒輪，令小齒輪的圓弧齒厚減小  $\Delta s_1$ ，大齒輪的圓弧齒厚減小  $\Delta s_2$  時，則其圓周齒隙  $j_t = \Delta s_1 + \Delta s_2$ 。

在標準壓力角  $\alpha = 20^\circ$  下，若將齒厚減少量  $\Delta s_1$ 、 $\Delta s_2$  分別設為 0.1，則圓周齒隙  $j_t$  為：

$$j_t = \Delta s_1 + \Delta s_2 = 0.1 + 0.1 = 0.2$$

將其換算成法線齒隙  $j_n$ ，則：

$$j_n = j_t \cos \alpha = 0.2 \cos 20^\circ = 0.1879$$

若換算成中心距離方向齒隙  $j_r$ ，則：

$$j_r = \frac{j_t}{2 \tan \alpha} = \frac{0.2}{2 \tan 20^\circ} = 0.2747$$

實際上需要減少圓弧齒厚來增加齒隙時，應該參考 JIS 的齒隙規範來操作。JIS 的齒隙規範包括 JIS B1703-1976（正齒輪及螺旋齒輪的齒隙，已經作廢）和 JIS B1705-1973（傘形齒輪的齒隙）。規範所規定的齒隙為軸直角斷面上的圓



周齒隙  $j_t$  或  $j_{tt}$ 。規範中的數值大小是一般情況下的標準齒隙值。根據使用目的，亦可採用規範外的齒隙。

圖面上在註明齒厚時，除記入齒厚之標準值外，還應該記入齒厚的尺寸容許公差及齒隙。例如：

例 1：圓弧齒厚	$3.141 \begin{smallmatrix} -0.050 \\ -0.100 \end{smallmatrix}$	齒隙	0.100~0.200
例 2：跨齒數	3	跨齒厚	$37.493 \begin{smallmatrix} -0.076 \\ -0.124 \end{smallmatrix}$ 齒隙 0.162~0.265

由於齒厚的容許公差決定了齒隙的大小，所以不管在齒輪圖面的標示上，或是在齒輪的加工上，都是非常重要的公差尺寸。

#### 齒輪鎖鏈與齒隙：

一段齒輪機構中的齒隙已經在上述的各種齒輪之齒隙中介紹過了。現在，再來考慮二段齒輪機構的齒隙。

今以平行軸的正齒輪為例來說明，如圖 6 所示的二段齒輪機構中，設  $j_1$  為第一段的圓周齒隙， $j_2$  為第二段的圓周齒隙。

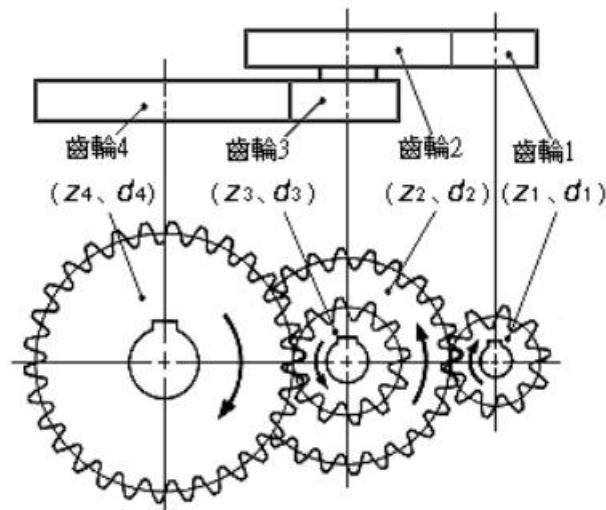


圖 6 二段齒輪機構的齒隙

在此若將第一段的小齒輪  $z_1$  固定，第二段的大齒輪  $z_4$  的總圓周齒隙  $j_{tT4}$  為：

$$j_{tT4} = j_{t1} \frac{d_3}{d_2} + j_{t4} \quad (15)$$

換算成回轉角度齒隙  $j_\theta$  則為：



$$j_{\theta} = j_{tT4} \frac{360}{\pi \cdot d_4} (\text{度}) \quad (16)$$

當大齒輪  $z_4$  固定時，則第一段的小齒輪  $z_1$  的總圓周齒隙  $j_{T1}$  為：

$$j_{tT1} = j_{t4} \frac{d_2}{d_3} + j'_t \quad (17)$$

換算成回轉角度齒隙  $j_{\theta}$  則為：

$$j_{\theta} = j_{tT1} \frac{360}{\pi \cdot d_1} (\text{度}) \quad (18)$$

在多段的齒輪機構中（不限定於平行軸齒輪機構，相交軸、交錯軸或不同軸性的相互搭配），也可以利用上述方法來獲得整組齒輪機構的回轉角度齒隙。