

麗台國際有限公司

Lead Taiwan International Corporation

台中市台灣大道二段 285 號 20F

TEL : 886-423232026 , Website : www.ltic.com.tw ,

Email : salestw@ltic.com.tw



文件序號：T2020184

技術類別：《齒輪應用》

技術類別	齒輪應用
篇名	齒研彎齒傘形齒輪強度計算例
重點	齒研彎齒傘形齒輪強度計算例
產出日期	2020/03/23
資料來源	日本 KHK / 台灣昭源提供 麗台國際有限公司整理

麗台國際有限公司

Lead Taiwan International Corporation

台中市台灣大道二段 285 號 20F

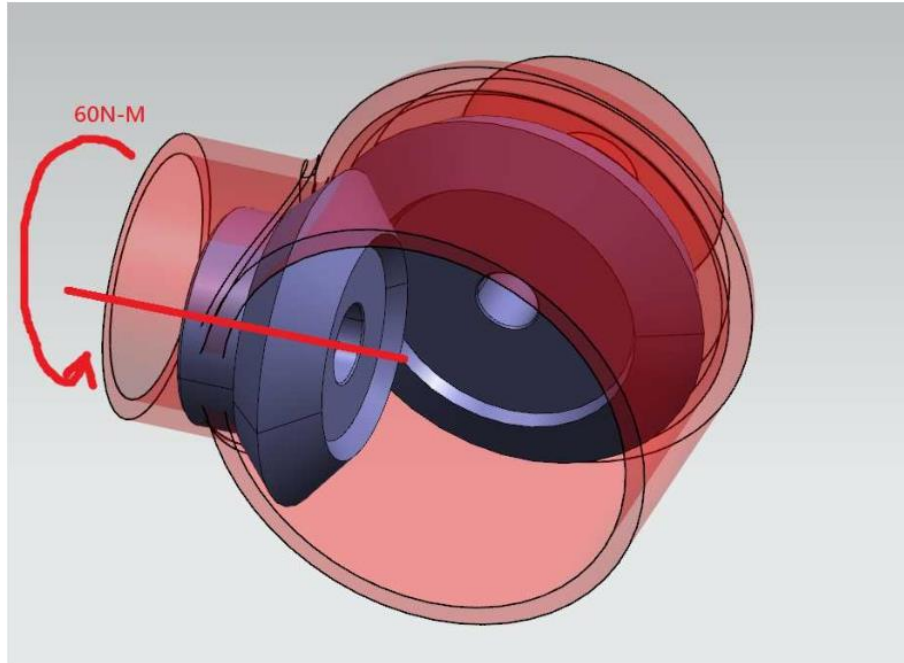
TEL : 886-423232026 , Website : www.ltic.com.tw ,

Email : salestw@ltic.com.tw



問：

敝司欲採用 MBSG2.5-4020R 及 MBSG2.5-2040L 這一組傘齒輪做轉向傳動。小齒輪的轉速為 2500RPM，傳動狀況及扭力如附圖 大齒輪端可設計兩端支撐。請協助評估彎曲強度、疲勞強度以及各方向上的分力。謝謝！



答：

以下是 KHK MBSG2.5-4020R 及 MBSG2.5-2040L 標準品的圖面，可由網頁型錄中下載。

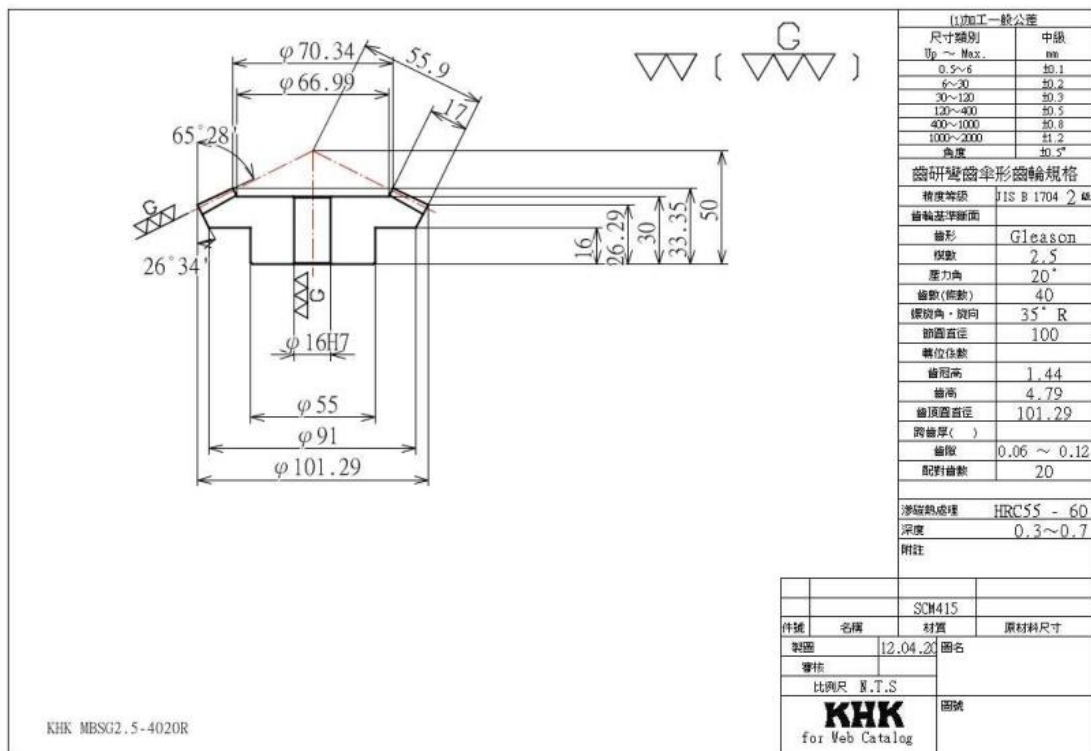
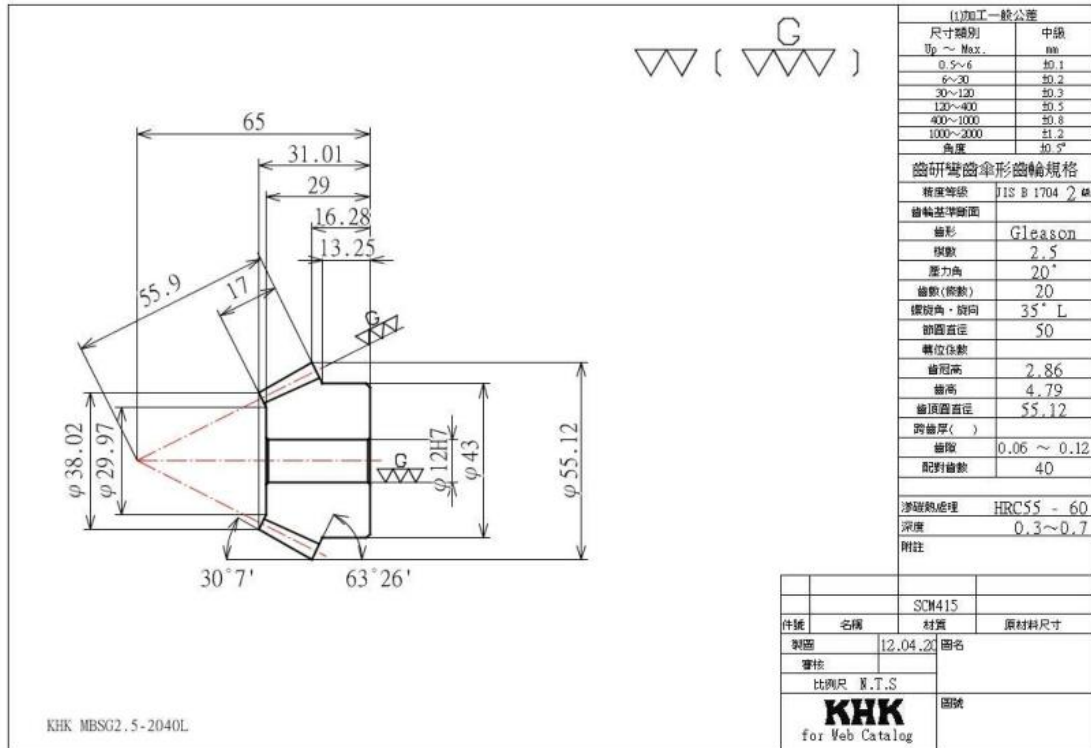
麗台國際有限公司

Lead Taiwan International Corporation

台中市台灣大道二段 285 號 20F

TEL : 886-423232026 , Website : www.ltic.com.tw ,

Email : salestw@ltic.com.tw





依 GLEASON 之計算公式、彎曲（抗折）強度計算 [JGMA403-01]及彎齒傘形齒輪 齒面（面壓）強度計算 [JGMA404-01]，得以下之計算結果如下，請依實際的負荷判斷齒輪的強度是否足夠。

彎齒傘形齒輪 尺寸計算

齒輪種類	Gleason 齒研彎齒傘形齒輪	
軸角	90° 0' 0"	
正面（軸直角）模數	2.5	
齒直角壓力角	20° 0' 0"	
螺旋角	35° 0' 0"	
	小齒輪	大齒輪
齒數	15	30
縱轉位係數	0.2925	-0.2925
圓弧齒厚係數（橫轉位係	0	0
圓錐距離	55.9017	
齒幅（齒面寬）	17	
基準圓（節圓）直徑	50	100
齒冠高	2.85625	1.39375
齒根高	1.86375	3.32625
全齒高	4.72	4.72
外端齒頂圓直徑	55.10942	101.24661
裝配距離	65	50
全長	31.03025	33.3423
外端齒頂尖端至裝配底部	16.27735	26.24661
內端齒頂圓直徑	38.09467	70.32914
基準圓錐角（節錐角）	26°33'54"	63°26' 6"
齒頂圓錐角	29°58'13"	65°20'40"
齒底圓錐角	24°39'20"	60°1'47"
正面咬合率	1.28255	



彎齒傘形齒輪 彎曲（抗折）強度計算 [JGMA403-01]

適用模數 1.5~25 mm
 適用節圓直徑 d ~1600 mm 直齒傘形齒輪
 ~1000 mm 彎齒傘形齒輪
 適用圓周速率 v ~25 m/s
 適用回轉速率 n ~3600 rpm

$$F_{tm} = \frac{102P}{v_m} = \frac{1.95 \times 10^6 P}{d'n} = \frac{2000T}{d'}$$

$$P = \frac{F_{tm} v_m}{102} = \frac{10^{-6}}{1.95} F_{tm} d' n$$

$$T = \frac{F_{tm} d'}{2000} = \frac{974P}{n}$$

$$F_t \leq F_{tlim}$$

$$\sigma_F \leq \sigma_{Flim}$$

$$F_{tlim} = 0.85 \cos \beta_m \sigma_{Flim} \frac{R_a - 0.5b}{R_a} \frac{mb}{Y_F Y_\epsilon Y_\beta Y_C} \left(\frac{K_L K_{FX}}{K_M K_V K_O} \right) \frac{1}{K_R}$$

$$\sigma_F = F_{tm} \frac{Y_F Y_\epsilon Y_\beta Y_C}{0.85 \cos \beta_m mb} \frac{R_a}{R_a - 0.5b} \left(\frac{K_M K_V K_O}{K_L K_{FX}} \right) K_R$$

容許圓周力 F_{tnlim} (N)	1633.1297	1632.9446
容許力矩 (N·m)	34.6202	69.23255
容許動力 (kW)	9.06355	9.06252
齒輪種類	Gleason 齒研彎齒傘形齒輪	
軸角	90° 0' 0"	
正面（軸直角）模數	2.5	
齒直角壓力角	20° 0' 0"	
螺旋角	35° 0' 0"	
	小齒輪	大齒輪
齒數	20	40
基準圓（節圓）直徑	50	100
基準圓錐角（節錐角）	26°33'54"	63°26' 6"
圓錐距離	55.9017	
齒幅（齒面寬）	17	

麗台國際有限公司

Lead Taiwan International Corporation

台中市台灣大道二段 285 號 20F

TEL : 886-423232026 , Website : www.ltic.com.tw ,

Email : salestw@ltic.com.tw



中央節圓直徑	42.39737	84.79474
齒冠高	2.85625	1.39375
齒根高	1.86375	3.32625
全齒高	4.72	4.72
齒頂圓直徑	55.10942	101.24661
正面咬合率	1.28255	
重疊咬合率	1.78738	
精度	JIS 2	JIS 2
CROWNING 加工	有	
刀具直徑	101.6	
材料	SCM415	SCM415
熱處理	滲碳熱處理	滲碳熱處理
芯部硬度	HB 270	HB 270
齒面硬度	HV 600	HV 600
轉速 (rpm)	2500	1250
圓周切線速度 (m/s)	6.445	
反覆次數	10, 000, 000 以上	
負荷方向	兩方向	
齒輪的支撐方法	小齒輪單側支撐	
軸心及齒輪箱之剛性	普通	
有效齒幅 (齒面寬)	17	
齒形係數基本值	2.28713	2.28738
齒形係數	2.28713	2.28738
荷重分配係數	0.7797	
螺旋角係數	0.75	
刀具直徑影響係數	0.95	
壽命係數	1	1
尺寸係數	1	1
齒向荷重分佈係數	1.6	



動荷重係數	1.4	1.4
過負荷係數	1.25	
信賴度係數	1.2	
容許齒根彎曲應力 $\sigma_{F\lim}$ (N/mm ²)	277.85508	277.85508

彎齒傘形齒輪 齒面 (面壓) 強度計算 [JGMA404-01]

適用模數 1.5~25 mm
 適用節圓直徑 d ~1600 mm 直齒傘形齒輪
 ~1000 mm 彎齒傘形齒輪
 適用圓周速率 v ~25 m/s
 適用回轉速率 n ~3600 rpm

$$F_m = \frac{102P}{v_m} = \frac{1.95 \times 10^6 P}{d'n} = \frac{2000T}{d'} \quad v = \frac{\pi d'n}{60000}$$

$$P = \frac{F_m v_m}{102} = \frac{10^{-6}}{1.95} F_m d'n$$

$$T = \frac{F_m d'}{2000} = \frac{974P}{n}$$

$$F_t \leq F_{t\lim}$$

$$\sigma_H \leq \sigma_{H\lim}$$

$$F_{m\lim} = \left(\frac{\sigma_{H\lim}}{Z_M} \right)^2 \frac{d_{01}}{\cos \delta_{01}} \frac{R_a - 0.5b}{R_a} b \frac{i^2}{i^2 + 1} \left(\frac{K_{HL} Z_M Z_R Z_V Z_W K_{HX}}{Z_H Z_H Z_\beta} \right)^2 \frac{1}{K_{H\beta} K_V K_O C_R^2}$$

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{\cos \delta_{01} F_m i^2 + 1}{d_{01} b} \frac{R_a}{i^2} \frac{Z_H Z_M Z_\epsilon Z_\beta}{R_a - 0.5b K_{HL} Z_L Z_R Z_V Z_W K_{HX}} \sqrt{K_{H\beta} K_V K_O C_R}}$$

容許圓周力 $F_{t\lim}$ (N)	3062.1603	3062.1603
容許力矩 (N·m)	64.91377	129.82754
容許動力 (kW)	16.99438	16.99438
齒輪種類	Gleason 齒研彎齒傘形齒輪	
軸角	90° 0' 0"	
正面 (軸直角) 模數	2.5	
齒直角壓力角	20° 0' 0"	
螺旋角	35° 0' 0"	
	小齒輪	大齒輪
齒數	20	40

麗台國際有限公司

Lead Taiwan International Corporation

台中市台灣大道二段 285 號 20F

TEL : 886-423232026 , Website : www.ltac.com.tw ,

Email : salestw@ltac.com.tw



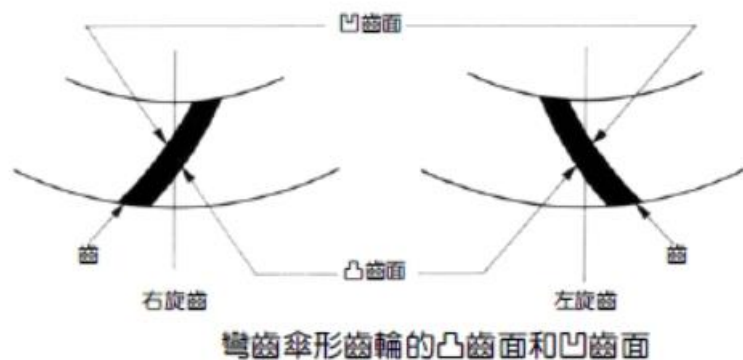
基準圓（節圓）直徑	50	100
基準圓錐角（節錐角）	26°33'54"	63°26' 6"
圓錐距離	55.9017	
齒幅（齒面寬）	17	
中央節圓直徑	42.39737	84.79474
齒冠高	2.85625	1.39375
齒根高	1.86375	3.32625
全齒高	4.72	4.72
齒頂圓直徑	55.10942	101.24661
正面咬合率	1.28255	
重疊咬合率	1.78738	
精度	JIS 2	JIS 2
CROWNING 加工	有	
齒面精加工方法	齒面研磨	齒面研磨
齒面平均粗度（Rmax）	1.6	1.6
材料	SCM415	SCM415
熱處理	滲碳熱處理	滲碳熱處理
芯部硬度	HB 270	HB 270
齒面硬度	HV 600	HV 600
轉速（rpm）	2500	1250
圓周切線速度（m/s）	6.445	
潤滑油之動黏度（cSt）	100	
反覆次數	10, 000, 000 以上	
負荷方向	兩方向	
齒輪的支撐方法	小齒輪單側支撐	
軸心及齒輪箱之剛性	普通	
有效齒幅（齒面寬）	17	
領域係數	2.13072	
材料常數係數(kgf/mm ²) ^{0.5}	189.78389	



咬合率係數	0.883	
螺旋角係數	1	
壽命係數	1	
潤滑油係數	1.0051	1.0051
粗度係數	1.03401	1.03401
潤滑速度係數	0.98747	0.98747
硬度比係數	1	1
尺寸係數	1	
齒向荷重分佈係數	1.85	
動荷重係數	1	1
過負荷係數	1.25	
信賴度係數	1.15	
容許齒面赫茲應力 σ_{Hlim} (N/mm ²)	1569.064	1569.064

彎齒傘形齒輪在各方向上的分力

彎齒傘形齒輪有凸齒面及凹齒面之分，依力所驅動齒面的不同，齒所受的分力也不同。下圖為凸齒面及凹齒面的分辨方法。



齒輪在相互咬合時，當小齒輪的凸齒面為驅動面時，相配合的大齒輪之凹齒面為被動面。

咬合齒面的分類列於下表。齒輪的旋轉方向是從齒輪的背面看上去時的轉向。



咬合齒面一覽表

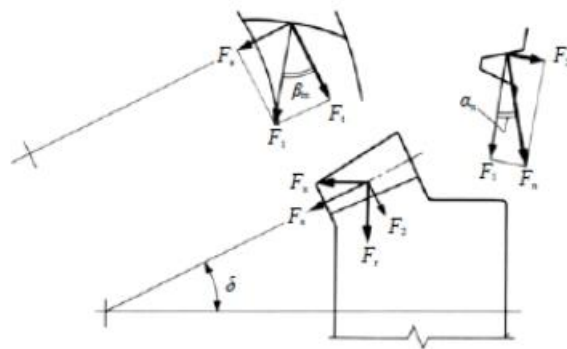
右旋齒輪為主動時

主動齒輪的 旋轉方向	咬合齒面	
	右旋齒輪主動	左旋齒輪被動
右旋 (順時針回轉)	凸齒面	凹齒面
左旋 (逆時針回轉)	凹齒面	凸齒面

左旋齒輪為主動時

主動齒輪的 旋轉方向	咬合齒面	
	左旋齒輪主動	右旋齒輪被動
右旋 (順時針回轉)	凹齒面	凸齒面
左旋 (逆時針回轉)	凸齒面	凹齒面

(1) 凸齒面為主動時



凸齒面為主動時

齒幅中央的齒直角平面上，垂直於齒面的作用力 F_n 在此平面上可被分解為 F_1 和 F_2 。

$$\begin{cases} F_1 = F_n \cos \alpha_n \\ F_2 = F_n \sin \alpha_n \end{cases} \quad (1)$$

F_1 在節平面上可再被分解為 F_t 和 F_s 。

$$\begin{cases} F_t = F_1 \cos \beta_m \\ F_s = F_1 \sin \beta_m \end{cases} \quad (2)$$



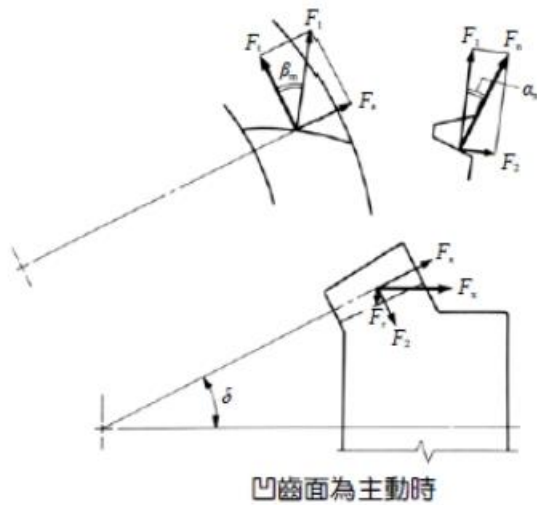
F_2 和 F_s 在軸平面上又可分解為軸向分力及徑向分力，將這些力合成後得：

$$\begin{cases} F_x = F_2 \sin \delta - F_s \cos \delta \\ F_r = F_2 \cos \delta + F_s \sin \delta \end{cases} \quad (3)$$

上述關係式可綜合為：

$$\begin{cases} F_x = \frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \sin \delta - \sin \beta_m \cos \delta) \\ F_r = \frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \cos \delta + \sin \beta_m \sin \delta) \end{cases} \quad (4)$$

(2) 凹齒面為主動時



齒幅中央的齒直角平面上，垂直於齒面的作用力 F_n 可被分解為 F_1 和 F_2 。

$$\begin{cases} F_1 = F_n \cos \alpha_n \\ F_2 = F_n \sin \alpha_n \end{cases} \quad (5)$$

F_1 在節平面上可再被分解為 F_t 和 F_s 。

$$\begin{cases} F_t = F_1 \cos \beta_m \\ F_s = F_1 \sin \beta_m \end{cases} \quad (6)$$

到此為止，計算式與凸齒面的相同。以下的計算式開始不同。

F_2 和 F_s 在軸平面上又可分解為軸向分力及徑向分力，將這些力合成後得：

$$\begin{cases} F_x = F_2 \sin \delta + F_s \cos \delta \\ F_r = F_2 \cos \delta - F_s \sin \delta \end{cases} \quad (7)$$

上述關係式可綜合為：



$$\begin{cases} F_x = \frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \sin \delta + \sin \beta_m \cos \delta) \\ F_r = \frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \cos \delta - \sin \beta_m \sin \delta) \end{cases} \quad (8)$$

設軸角 $\Sigma = 90^\circ$ ，齒直角壓力 $\alpha_n = 20^\circ$ 角，中央螺旋角 $\beta_m = 35^\circ$ 的彎齒傘形齒輪齒幅中央的切線力為 100 時，軸向力 F_x 和徑向力 F_r 的大小比例，列於下表中。

表：軸向力 F_x 和徑向力 F_r 的比例

(1) 小齒輪所受作用力

咬合主動齒面	齒數比 z_2/z_1						
	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
凹齒面	$\frac{80.9}{-18.1}$	$\frac{82.9}{-1.9}$	$\frac{82.5}{8.4}$	$\frac{81.5}{15.2}$	$\frac{80.5}{20.0}$	$\frac{78.7}{26.1}$	$\frac{77.4}{29.8}$
凸齒面	$\frac{-18.1}{80.9}$	$\frac{-33.6}{75.8}$	$\frac{-42.8}{71.1}$	$\frac{-48.5}{67.3}$	$\frac{-52.4}{64.3}$	$\frac{-57.2}{60.1}$	$\frac{-59.9}{57.3}$

(2) 大齒輪所受作用力

咬合主動齒面	齒數比 z_2/z_1						
	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
凹齒面	$\frac{80.9}{-18.1}$	$\frac{75.8}{-33.6}$	$\frac{71.1}{-42.8}$	$\frac{67.3}{-48.5}$	$\frac{64.3}{-52.4}$	$\frac{60.1}{-57.2}$	$\frac{57.3}{-59.9}$
凸齒面	$\frac{-18.1}{80.9}$	$\frac{-1.9}{82.9}$	$\frac{8.4}{82.5}$	$\frac{15.2}{81.5}$	$\frac{20.0}{80.5}$	$\frac{26.1}{78.7}$	$\frac{29.8}{77.4}$

如上(1)表所示，彎齒傘形齒輪的軸向力 F_x 會出現負值。負值表示齒輪上會有讓兩齒面相互朝兩軸交點方向擠進的力(趨勢)發生，如果再加上此時軸向上的軸承有間隙的話，將會使得齒輪如不可避免地朝兩軸交點擠進，甚至有無齒隙狀態發生的可能。兩齒面間無間隙的擠壓咬合，會對齒輪造成不良影響，所以，需要特別注意軸向上軸承的間隙。

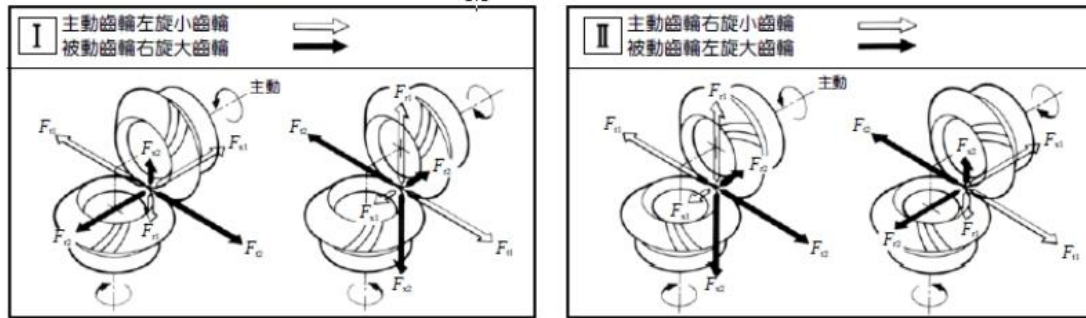
上表(2)的大齒輪凸齒面所受力中，齒數比在 1.5 到 2.0 之間時，軸向力會由負值變為正值。

而在軸向力由負轉正的變化點上，此時的齒數比為 $z_2/z_1 = 1.57357$ 。



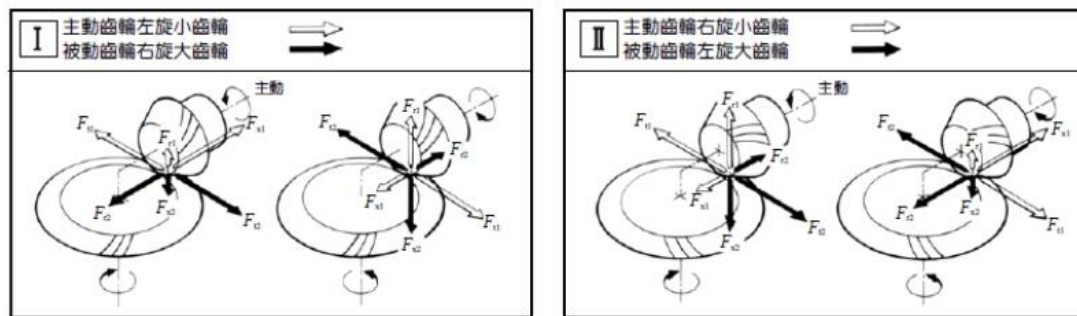
下圖為軸角 $\Sigma = 90^\circ$ ，齒直角壓力角 $\alpha_n = 20^\circ$ ，中央螺旋角 $\beta_m = 35^\circ$ 的彎齒傘形齒輪，齒數比 $z_2/z_1 < 1.57357$ 的齒輪齒面受力方向圖

$\Sigma = 90^\circ \quad \alpha_n = 20^\circ \quad \beta_m = 35^\circ \quad u < 1.57357$



下圖為齒數比 $z_2/z_1 \geq 1.57357$ 的齒輪齒面受力方向圖

$\Sigma = 90^\circ \quad \alpha_n = 20^\circ \quad \beta_m = 35^\circ \quad u \geq 1.57357$



圖：彎齒傘形齒輪齒的各分力方向(2)

今以根據上述說明，計算得彎齒傘形齒輪在各方向上的分力：

本計算是以小齒輪為主動，且小齒輪傳動力矩為 **60N·m** 時為基礎，所算得的各方向分力，負值表示齒輪上的分力會朝兩軸交點方向擠進。

齒輪種類	Gleason 齒研彎齒傘形齒輪	
軸角	90° 0' 0"	
正面模數	2.5	
齒直角壓力角	20° 0' 0"	
螺旋角	35° 0' 0"	
	小齒輪	大齒輪
齒數	20 LH	40 RH
圓錐距離	55.9017	

麗台國際有限公司

Lead Taiwan International Corporation

台中市台灣大道二段 285 號 20F

TEL : 886-423232026 , Website : www.ltic.com.tw ,

Email : salestw@ltic.com.tw



齒幅	17	
基準圓 (節圓) 直徑	50	100
基準圓圓錐角	26°33'54"	63°26' 6"
中央節圓直徑	42.39737	84.79474
傳達力矩 (N-m)	60	120
切線力 (N)	2830.3643	2830.3643
作用齒面	凸齒面	凹齒面
軸方向力，軸向 推 力 (N)	-1210.1964	2011.1415
半 徑方向力，徑向 推 力 (N)	2011.1415	-1210.1964
作用齒面	凹齒面	凸齒面
軸方向力，軸向 推 力 (N)	2335.0311	238.52776
半 徑方向力，徑向 推 力 (N)	238.52776	2335.0311