

麗台國際有限公司

Lead Taiwan International Corporation

台中市台灣大道二段 285 號 20F

TEL : 886-423232026 , Website : www.ltic.com.tw ,

Email : salestw@ltic.com.tw



文件序號：T2020181

技術類別：《齒輪應用》

技術類別	齒輪應用
篇名	彎齒傘形齒輪各分力計算
重點	彎齒傘形齒輪各分力計算
產出日期	2020/03/04
資料來源	日本 KHK / 台灣昭源提供 麗台國際有限公司整理



問：

為選用合適的軸承，請問在前幾回詢問的齒輪組合上，

M7-15TLH / M7-45TRH，齒幅 48mm，小齒輪之轉速 135RPM

M8-16TLH / M7-40TRH，齒幅 50mm，小齒輪之轉速 135RPM

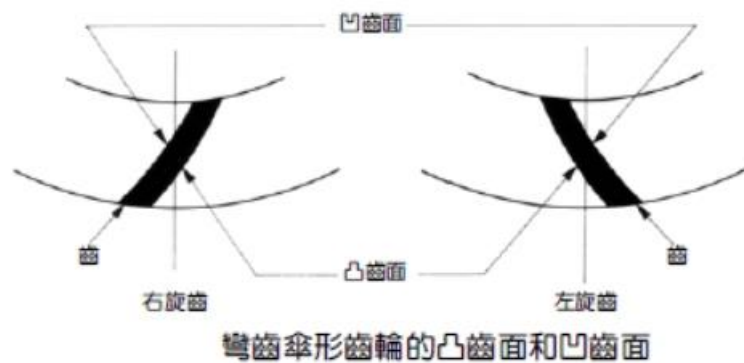
M6-15TLH / M7-30TRH，齒幅 30mm，小齒輪之轉速 115RPM

M7-15TLH / M7-30TRH，齒幅 35mm，小齒輪之轉速 115RPM

其各方向之分力各為多少？

答：

彎齒傘形齒輪有凸齒面及凹齒面之分，依力所驅動齒面的不同，齒所受的分力也不同。下圖為凸齒面及凹齒面的分辨方法。



齒輪在相互咬合時，當小齒輪的凸齒面為驅動面時，相配合的大齒輪之凹齒面為被動面。

咬合齒面的分類列於下表。齒輪的旋轉方向是從齒輪的背面看上去時的轉向。

咬合齒面一覽表

右旋齒輪為主動時

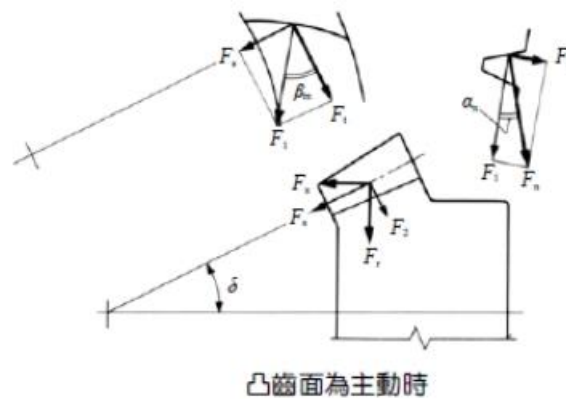
主動齒輪的 旋轉方向	咬合齒面	
	右旋齒輪主動	左旋齒輪被動
右旋 (順時針回轉)	凸齒面	凹齒面
左旋 (逆時針回轉)	凹齒面	凸齒面



左旋齒輪為主動時

主動齒輪的 旋轉方向	咬合齒面	
	左旋齒輪主動	右旋齒輪被動
右旋 (順時針回轉)	凹齒面	凸齒面
左旋 (逆時針回轉)	凸齒面	凹齒面

(1) 凸齒面為主動時



齒幅中央的齒直角平面上，垂直於齒面的作用力 F_n 在此平面上可被分解為 F_1 和 F_2 。

$$\begin{cases} F_1 = F_n \cos \alpha_n \\ F_2 = F_n \sin \alpha_n \end{cases} \quad (1)$$

F_1 在節平面上可再被分解為 F_t 和 F_s 。

$$\begin{cases} F_t = F_1 \cos \beta_m \\ F_s = F_1 \sin \beta_m \end{cases} \quad (2)$$

F_2 和 F_s 在軸平面上又可分解為軸向分力及徑向分力，將這些力合成後得：

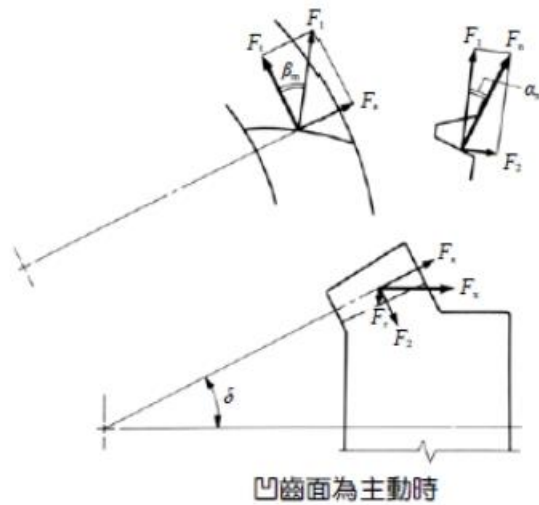
$$\begin{cases} F_x = F_2 \sin \delta - F_s \cos \delta \\ F_r = F_2 \cos \delta + F_s \sin \delta \end{cases} \quad (3)$$

上述關係式可綜合為：

$$\begin{cases} F_x = \frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \sin \delta - \sin \beta_m \cos \delta) \\ F_r = \frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \cos \delta + \sin \beta_m \sin \delta) \end{cases} \quad (4)$$



(2) 凹齒面為主動時



齒幅中央的齒直角平面上，垂直於齒面的作用力 F_n 可被分解為 F_1 和 F_2 。

$$\begin{cases} F_1 = F_n \cos \alpha_n \\ F_2 = F_n \sin \alpha_n \end{cases} \quad (5)$$

F_1 在節平面上可再被分解為 F_t 和 F_s 。

$$\begin{cases} F_t = F_1 \cos \beta_m \\ F_s = F_1 \sin \beta_m \end{cases} \quad (6)$$

到此為止，計算式與凸齒面的相同。以下的計算式開始不同。

F_2 和 F_s 在軸平面上又可分解為軸向分力及徑向分力，將這些力合成後得：

$$\begin{cases} F_x = F_2 \sin \delta + F_s \cos \delta \\ F_r = F_2 \cos \delta - F_s \sin \delta \end{cases} \quad (7)$$

上述關係式可綜合為：

$$\begin{cases} F_x = \frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \sin \delta + \sin \beta_m \cos \delta) \\ F_r = \frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \cos \delta - \sin \beta_m \sin \delta) \end{cases} \quad (8)$$

設軸角 $\Sigma = 90^\circ$ ，齒直角壓力 $\alpha_n = 20^\circ$ 角，中央螺旋角 $\beta_m = 35^\circ$ 的彎齒傘形齒輪齒幅中央的切線力為 100 時，軸向力 F_x 和徑向力 F_r 的大小比例，列於下表中。

表：軸向力 F_x 和徑向力 F_r 的比例



(1) 小齒輪所受作用力

咬合主動齒面	齒數比 z_2/z_1						
	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
凹齒面	$\frac{80.9}{-18.1}$	$\frac{82.9}{-1.9}$	$\frac{82.5}{8.4}$	$\frac{81.5}{15.2}$	$\frac{80.5}{20.0}$	$\frac{78.7}{26.1}$	$\frac{77.4}{29.8}$
凸齒面	$\frac{-18.1}{80.9}$	$\frac{-33.6}{75.8}$	$\frac{-42.8}{71.1}$	$\frac{-48.5}{67.3}$	$\frac{-52.4}{64.3}$	$\frac{-57.2}{60.1}$	$\frac{-59.9}{57.3}$

(2) 大齒輪所受作用力

咬合主動齒面	齒數比 z_2/z_1						
	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
凹齒面	$\frac{80.9}{-18.1}$	$\frac{75.8}{-33.6}$	$\frac{71.1}{-42.8}$	$\frac{67.3}{-48.5}$	$\frac{64.3}{-52.4}$	$\frac{60.1}{-57.2}$	$\frac{57.3}{-59.9}$
凸齒面	$\frac{-18.1}{80.9}$	$\frac{-1.9}{82.9}$	$\frac{8.4}{82.5}$	$\frac{15.2}{81.5}$	$\frac{20.0}{80.5}$	$\frac{26.1}{78.7}$	$\frac{29.8}{77.4}$

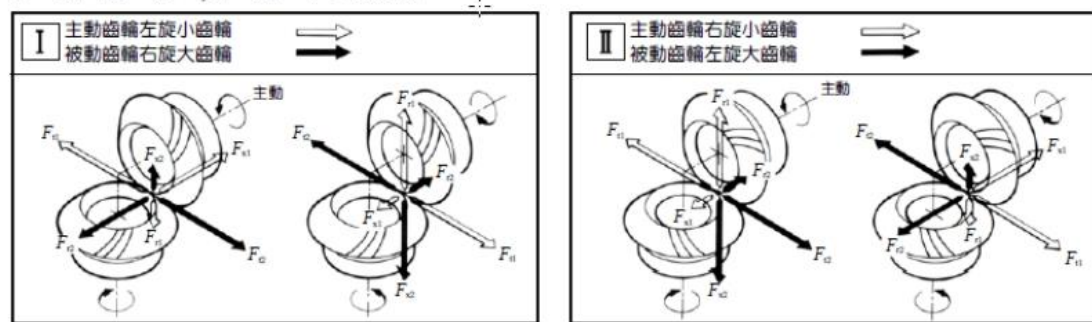
如上(1)表所示，彎齒傘形齒輪的軸向力 F_x 會出現負值。負值表示齒輪上會有讓兩齒面相互朝兩軸交點方向擠進的力(趨勢)發生，如果再加上此時軸向上的軸承有間隙的話，將會使得齒輪如不可避免地朝兩軸交點擠進，甚至有無齒隙狀態發生的可能。兩齒面間無間隙的擠壓咬合，會對齒輪造成不良影響，所以需要特別注意軸向上軸承的間隙。

上表(2)的大齒輪凸齒面所受力中，齒數比在 1.5 到 2.0 之間時，軸向力會由負值變為正值。

而在軸向力由負轉正的變化點上，此時的齒數比為 $z_2/z_1 = 1.57357$ 。

下圖為軸角 $\Sigma = 90^\circ$ ，齒直角壓力角 $\alpha_n = 20^\circ$ ，中央螺旋角 $\beta_m = 35^\circ$ 的彎齒傘形齒輪，齒數比 $z_2/z_1 < 1.57357$ 的齒輪齒面受力方向圖

$\Sigma = 90^\circ \quad \alpha_n = 20^\circ \quad \beta_m = 35^\circ \quad u < 1.57357$

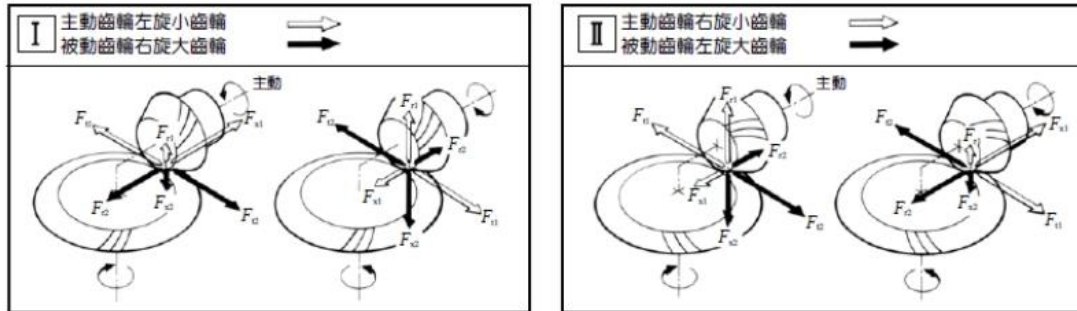




圖：彎齒傘形齒輪齒的各分力方向(1)

下圖為齒數比 $z_2/z_1 \geq 1.57357$ 的齒輪齒面受力方向圖

$\Sigma = 90^\circ \quad \alpha_n = 20^\circ \quad \beta_m = 35^\circ \quad u \geq 1.57357$



圖：彎齒傘形齒輪齒的各分力方向(2)

今以根據上述說明，計算得彎齒傘形齒輪在各方向上的分力：

- M7-15TLH / M7-45TRH，齒幅 48mm，小齒輪之轉速 135RPM
 M8-16TLH / M7-40TRH，齒幅 50mm，小齒輪之轉速 135RPM

本計算皆以小齒輪為主動，且小齒輪傳動力矩為 **1 kgf·m** 時為基礎，所算得的各方向分力，負值表示齒輪上的分力會朝兩軸交點方向擠進。

齒輪種類	Gleason 彎齒傘形齒輪		Gleason 彎齒傘形齒輪	
軸角	90°0' 0"		90°0' 0"	
正面模數	7		8	
齒直角壓力角	20°0' 0"		20°0' 0"	
螺旋角	35°0' 0"		35°0' 0"	
	小齒輪	大齒輪	小齒輪	大齒輪
齒數	15 LH	45 RH	16 LH	40 RH
圓錐距離	166.01958		172.32527	
齒幅	48		50	
基準圓（節圓）直徑	105	315	128	320
基準圓圓錐角	18°26' 6"	71°33'54"	21°48' 5"	68°11'55"
中央節圓直徑	89.82107	269.4632	109.43047	273.57617
傳達力矩(kgf·m)	1	3	1	2.5
切線力(kgf)	22.26649	22.26649	18.27645	18.27645
作用齒面	凸齒面	凹齒面	凸齒面	凹齒面

麗台國際有限公司

Lead Taiwan International Corporation
 台中市台灣大道二段 285 號 20F
 TEL : 886-423232026 , Website : www.ltic.com.tw ,
 Email : salestw@ltic.com.tw



軸方向力,軸向推力(kgf)	-11.66246	14.31623	-8.86605	12.29267
半徑方向力,徑向推力(kgf)	14.31623	-11.66246	12.29267	-8.86605
作用齒面	凹齒面	凸齒面	凹齒面	凸齒面
軸方向力,軸向推力(kgf)	17.9197	4.45551	14.89795	2.78707
半徑方向力,徑向推力(kgf)	4.45551	17.9197	2.78707	14.89795

2. M6-15TLH / M7-30TRH , 齒幅 30mm , 小齒輪之轉速 115RPM

M7-15TLH / M7-30TRH , 齒幅 35mm , 小齒輪之轉速 115RPM

本計算皆以小齒輪為主動，且小齒輪傳動力矩為 **1 kgf·m** 時為基礎，所算得的各方向分力，負值表示齒輪上的分力會朝兩軸交點方向擠進。

齒輪種類	Gleason 彎齒傘形齒輪		Gleason 彎齒傘形齒輪	
軸角	90°0' 0"		90°0' 0"	
正面模數	6		7	
齒直角壓力角	20°0' 0"		20°0' 0"	
螺旋角	35°0' 0"		35°0' 0"	
	小齒輪	大齒輪	小齒輪	大齒輪
齒數	15 LH	30 RH	15 LH	30 RH
圓錐距離	100.62306		117.39357	
齒幅	30		35	
基準圓 (節圓) 直徑	90	180	105	210
基準圓圓錐角	26°33'54"	63°26' 6"	26°33'54"	63°26' 6"
中央節圓直徑	76.58359	153.16718	89.34752	178.69505
傳達力矩(kgf·m)	1	2	1	2
切線力(kgf)	26.11525	26.11525	22.3845	22.3845
作用齒面	凸齒面	凹齒面	凸齒面	凹齒面
軸方向力,軸向推力(kgf)	-11.16626	18.55644	-9.57108	15.90552
半徑方向力,徑向推力(kgf)	18.55644	-11.16626	15.90552	-9.57108
作用齒面	凹齒面	凸齒面	凹齒面	凸齒面
軸方向力,軸向推力(kgf)	21.54491	2.20085	18.46706	1.88644
半徑方向力,徑向推力(kgf)	2.20085	21.54491	1.88644	18.46706

麗台國際有限公司

Lead Taiwan International Corporation

台中市台灣大道二段 285 號 20F

TEL : 886-423232026 , Website : www.ltic.com.tw ,

Email : salestw@ltic.com.tw

