

麗台國際有限公司

Lead Taiwan International Corporation

台中市台灣大道二段 285 號 20F

TEL : 886-423232026 , Website : www.ltic.com.tw ,

Email : salestw@ltic.com.tw



文件序號：T2020056

## 技術類別：《齒輪應用》

技術類別	齒輪應用
篇名	齒輪機構中的拘束問題
重點	齒輪機構中的拘束問題
產出日期	2020/02/13
資料來源	日本 KHK / 台灣昭源提供 麗台國際有限公司整理

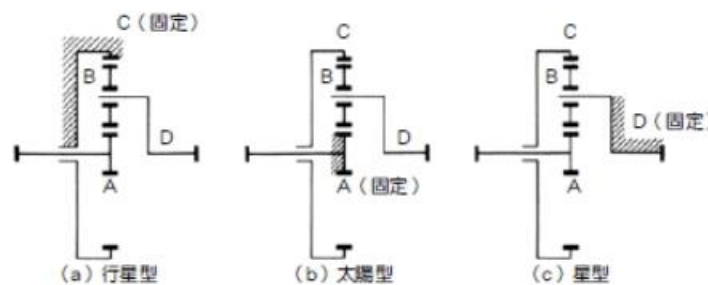


在一些齒輪機構中，即使齒數計算無誤，圖面上齒輪的節圓又都能相切，但在實際裝配時，卻無法擺放，請問這怎麼一回事？要如何解決？

會遇到這個問題的齒輪機構有：行星齒輪機構及拘束齒輪機構

### 一. 行星齒輪機構

最基本的行星齒輪機構，由太陽齒輪 A，行星齒輪 B，內齒輪 C，支架 D 這四個基本要素所組成。這種行星齒輪機構有，入力軸與出力軸可以配置在同一軸線上，使用二個(或以上)行星齒輪以分擔負荷等好處，因而可以使整個裝置結構緊實，這些都是它的優點。



但是另一方面，會有構造比較複雜，內齒輪的干涉等，較難應付的問題發生。行星齒輪機構被稱為 2K-H 型，太陽齒輪和內齒輪及支架有相同的中心軸線。行星齒輪機構的齒數條件

此機構中太陽齒輪 A ( $z_a$ )，行星齒輪 B ( $z_b$ )，內齒輪 C ( $z_c$ )的齒數以及行星齒輪的個數 N 之間要滿足下列的三個條件。

條件 1 (中心距離條件) 
$$z_c = z_a + 2z_b \quad (1)$$

這是維持中心距離相等的必要條件。(中心距離條件)

此條件是針對標準齒輪而言，如果採用轉位齒輪，其咬合中心距離能予以調整，亦可選擇不滿足此條件齒數的齒輪。

也就是說，太陽齒輪 A 和行星齒輪 B 與內齒輪 C 的中心距離  $a_1, a_2$  必須相等。

$$a_1 = a_2 \quad (2)$$

條件 2 (拘束咬合條件) 
$$\frac{z_a + z_c}{N} = \text{整數} \quad (3)$$

此為行星齒輪等配在太陽齒輪與內齒輪之間時的必要條件。(拘束咬合條件)

而當行星齒輪不等配時，則必須滿足(4)式的條件。

一般地說，行星齒輪 B 只要滿足下面的拘束咬合條件，就可以安裝。



$$\frac{(z_a+z_c)\theta}{180} = \text{整數} \quad (4)$$

其中 $\theta$ ：相鄰行星齒輪所對應圓心角的一半。

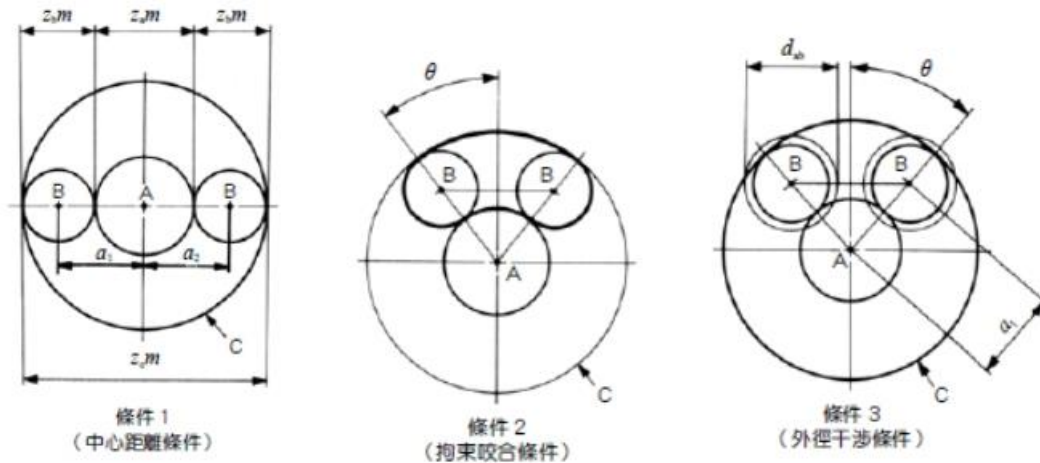
條件 3 (外徑干涉條件) 
$$z_b + 2 < (z_a + z_b) \sin \frac{180^\circ}{N} \quad (5)$$

這是在使用標準齒輪(全高齒)等配時，保證行星齒輪間不至於相互碰撞的必要條件。則需要滿足以下的條件：(外徑干涉條件)

$$d_{ab} < 2a_1 \sin \theta \quad (6)$$

其中 $d_{ab}$ ：行星齒輪的齒頂圓直徑

$a_1$ ：太陽齒輪和行星齒輪的中心距離



條件 1 (中心距離條件)      條件 2 (拘束咬合條件)      條件 3 (外徑干涉條件)  
 選用齒輪的條件

除了滿足了上述三個條件外，還要考慮行星齒輪 B 與內齒輪 C 的咬合時所產生的干涉問題，即：

- 漸開線干涉(involute interference)，
- 滾跡線干涉(trochoid interference)，
- 脫離干涉(trimming interference)。

關於內齒輪的干涉問題，請參閱：

[內齒輪的干涉 http://www.amx.com.tw/blog.php?mode=parts&no=282](http://www.amx.com.tw/blog.php?mode=parts&no=282)

或者是

[KHK 齒輪技術資料](#)

[http://www.khkgears.co.jp/tw/gear\\_technology/pdf/3010gearguide\\_tw.pdf](http://www.khkgears.co.jp/tw/gear_technology/pdf/3010gearguide_tw.pdf)

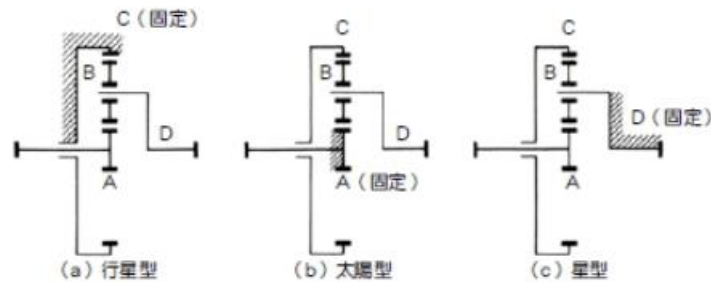
齒輪入門篇 4.2，內齒輪的計算中的說明。



不能滿足上述條件，行星機構或許無法成立。

### 行星齒輪機構的轉速比

在行星機構中，若將固定元件改變，就能改變機構的轉速比及旋轉方向，如圖所示。



### 行星型

行星型是內齒輪 C 為固定的行星機構。

在這個類型中，以太陽齒輪 A 為入力軸，支架 D 為出力軸。轉速比可根據數表法求出。如下所示。

行星型的轉速比計算

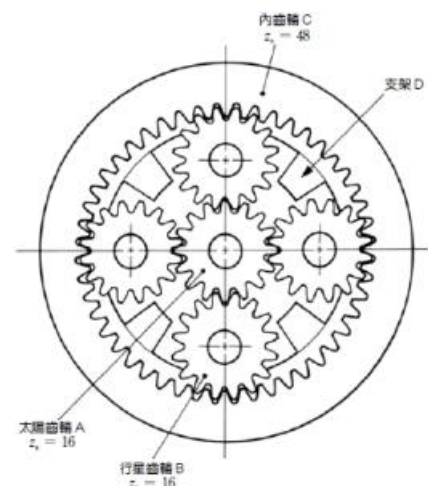
序號	說明	太陽齒輪 A $z_a$	行星齒輪 B $z_b$	內齒輪 C $z_c$	支架 D
1	支架 D 固定， 太陽齒輪 A 旋轉一周	+1	$-\frac{z_a}{z_b}$	$-\frac{z_a}{z_c}$	0
2	全體膠黏一體後，轉動 $\frac{z_a}{z_c}$ 周	$+\frac{z_a}{z_c}$	$+\frac{z_a}{z_c}$	$+\frac{z_a}{z_c}$	$+\frac{z_a}{z_c}$
3	合計(1)+(2)	$1+\frac{z_a}{z_c}$	$\frac{z_a}{z_c} - \frac{z_a}{z_b}$	0 (固定)	$+\frac{z_a}{z_c}$

序號 2 的作用是為了抵銷內齒輪 C 的轉速，讓其最後結果為 0(內齒輪 C 為固定)。

$$\text{轉速比} = \frac{\frac{z_a}{z_c}}{1 + \frac{z_a}{z_c}} = \frac{1}{\frac{z_c}{z_a} + 1} \quad (7)$$

入力軸與出力軸旋轉方向一致(轉速比為正值)。

例如： $z_a=16, z_b=16, z_c=48$ ，轉速比為 1/4。





太陽型

太陽型是太陽齒輪 A 為固定的行星機構。

當入力軸為內齒輪 C，出力軸為支架 D 時，轉速比求法如下表所示。

太陽型的轉速比計算

序號	說明	太陽齒輪 A $z_a$	行星齒輪 B $z_b$	內齒輪 C $z_c$	支架 D
1	支架 D 固定, 太陽齒輪 A 旋轉一周	+1	$-\frac{z_a}{z_b}$	$-\frac{z_a}{z_c}$	0
2	全體膠粘一體後,轉動一周	-1	-1	-1	-1
3	合計(1)+(2)	0 (固定)	$-\frac{z_a}{z_b}-1$	$-\frac{z_a}{z_c}-1$	-1

序號 2 的作用是為了抵銷太陽齒輪 A 的轉速，讓其最後結果為 0(太陽齒輪 A 為固定)。

$$\text{轉速比} = \frac{-1}{-\frac{z_a}{z_c}-1} = \frac{1}{\frac{z_c}{z_a}+1} \quad (8)$$

入力軸與出力軸旋轉方向相同(轉速比為正值)。

例如： $z_a=16, z_b=16, z_c=48,$  轉速比為 1/1.33333

星型

星型是支架 D 為固定的行星機構。

在星型機構中，行星齒輪有自轉沒有公轉。嚴格說來，星型行星齒輪機構不能說是行星機構。

當入力軸為太陽齒輪 A，出力軸為內齒輪 C 時的轉速比為：

$$\text{轉速比} = -\frac{z_a}{z_c} \quad (9)$$

也就是說，行星齒輪做為惰輪(空轉輪)使用，對轉速比不產生影響。

入力軸與出力軸的旋轉方向相反(轉速比為負值)。

例如，當  $z_a=16, z_b=16, z_c=48,$  轉速比為(-1/3)

內擺線機構(少齒數差行星齒輪機構)



當內齒輪與正齒輪的齒數差很小時，在對齒輪予以適當的轉位後，可以避免干涉的發生。

假設內齒輪的齒數  $z_2=50$ ，齒數差由 1 到 8 的齒輪數據，列於下表。

少齒數差的內齒輪和正齒輪 ( $m=1, \alpha=20^\circ$ )

$z_1$	49	48	47	46	45	44	43	42
$x_1$	0							
$z_2$	50							
$x_2$	1.00	0.60	0.40	0.30	0.20	0.11	0.06	0.01
$\alpha_b$	61.0605°	46.0324°	37.4155°	32.4521°	28.2019°	24.5056°	22.3755°	20.3854°
$a$	0.971	1.354	1.775	2.227	2.666	3.099	3.557	2.088
$\varepsilon$	1.105	1.512	1.726	1.835	1.933	2.014	2.053	2.088

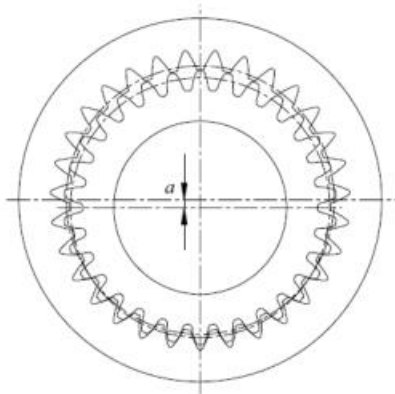
由於這些齒輪組合，不會發生漸開線干涉與滾跡線干涉，但是會發生脫離干涉。所以，在裝卸齒輪至咬合位置時，必須要沿軸方向來裝卸，不能沿半徑方向拆裝。

將少齒數差的轉位內齒輪用於內擺線機構時，一段即可獲得高轉速比。

此時的轉速比為：

$$\text{轉速比} = -\frac{z_2 - z_1}{z_1} \quad (10)$$

下圖中為  $z_1=30, z_2=31$  的咬合，是內齒輪與正齒輪之齒數差為 1 的內擺線機構。此時，轉速比為 1/30。



齒數差為 1 的內齒輪與正齒輪的咬合



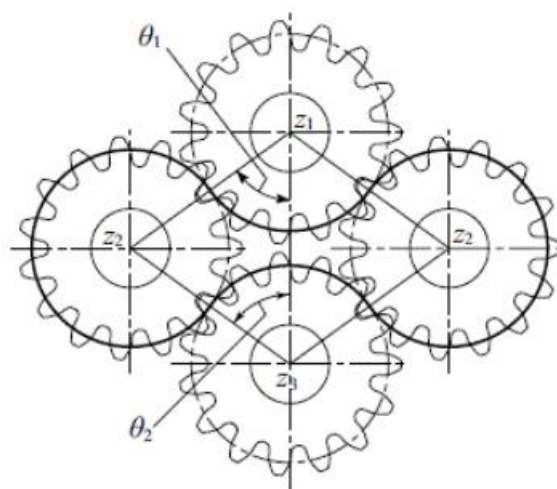


## 二. 拘束咬合之齒輪鎖鏈

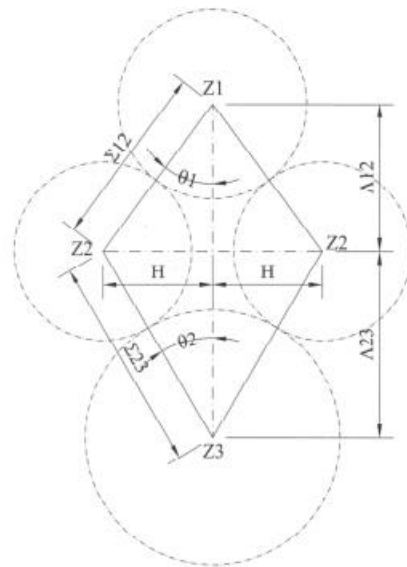
在行星齒輪中對拘束咬合條件的條件 2 已有說明，如下圖的 四個齒輪之咬合，被 稱為拘束咬合之齒輪鎖鏈，此齒輪鎖鏈的特點是，咬合被拘束在齒輪鎖鏈中，繞一圈後會到原來的位置。

此齒輪鎖鏈中，如果不能滿足齒數條件的話，齒輪的咬合就無法成立。

下圖中所示的拘束咬合中，設拘束咬合成立的齒數分別設為  $Z_1, Z_2, Z_3$ 。將圖中的封閉粗實線的長度除以拘束咬合成立齒輪的節距，得出的數值為整數的話，此拘束咬合才能成立。



拘束咬合之齒輪鎖鏈



公式(11)為咬合條件公式：

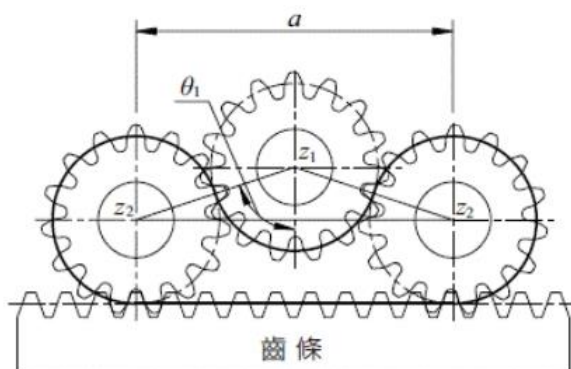
$$\frac{Z_1\theta_1}{180} + \frac{Z_2(180+\theta_1+\theta_2)}{180} + \frac{Z_3\theta_3}{180} = \text{整數} \quad (11)$$

使用齒條的拘束咬合齒輪鎖鏈

下圖中粗實線部分的長度除以齒輪節距，若所得的商為整數，則此拘束咬合成立。

公式(12)為咬合條件公式：

$$\frac{Z_1\theta_1}{180} + \frac{Z_2(180+\theta_1)}{180} + \frac{a}{\pi m} = \text{整數} \quad (12)$$



齒條的拘束咬合齒輪鎖鏈